



ANGLES AMB PATTERN BLOCKS

Estimació, comparació i mesura d'angles

Competències

En un ambient de resolució de problemes explorem i compartim diferents tècniques, estratègies i formes de raonament per obtenir solucions i assegurar-ne la validesa.

Es treballa la representació i la comunicació de conceptes i procediments utilitzant el llenguatge oral, escrit i gràfic. Es treballa la perseverança.



Sabers

La proposta comporta l'ús d'estratègies de comparació i ordenació de mesures angulars i l'estimació per comparació de la mesura d'angles, i ens permet tornar a incidir en idees treballades en cursos anteriors sobre els angles. L'alumne de manera individual o en petit grup pot fer una avaluació de resultats de mesures i estimacions raonant si són o no possibles.



Autoria

Creamat
CESIRE



Etapla, nivell

5è
d'educació primària



Temporització

Una hora
i mitja



Agrupament

Per
parelles



Material

Pattern
Blocks

REpte INICIAL

Quant medeixen els angles dels Pattern Blocks?

Tot i que els nens i les nenes fan servir el vocabulari après sobre angles, costats, figures geomètriques, etc., de vegades no tenen ben interioritzada la idea. El repte que se'ls proposa posarà de manifest si entenen què representa l'angle en un polígon.

A partir de la pregunta inicial, farem una conversa en gran grup sobre què saben explicar-nos dels angles.

L'experiència ens diu que alguns alumnes diran que el quadrat té angles rectes o apareixerà la idea de que tenen angles de 90° .

Segurament podrem seguir la conversa a partir d'aquest fil. Si els demanem el perquè pensen que són 90° , o com saben que són 90° és fàcil que apareguin altres idees relacionades, com que si en posen 4 fa 360° o que tota una volta fa 360° .

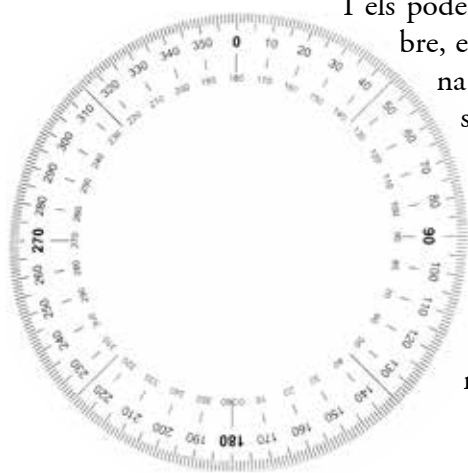
Si aquestes idees no apareixen al grup, les podem introduir nosaltres.

Aprofitarem aquesta sessió de classe per fer una connexió amb la història de la matemàtica, i donarem sentit a una idea coneguda per molts, però de la que possiblement desconeixen l'origen.

Efectivament, tota una volta, o un angle complert, mesura 360° .

I els podem demanar si aquest nombre, el 360, els fa pensar en alguna altra cosa important, si els sona d'algun altre nombre que també coneixen i fan servir en matemàtiques.

I això ens porta a la durada aproximada de l'any, perquè sabem que un any dura 365 dies (i una mica més).



Connexions UNA MICA D'HISTÒRIA

L'origen de la mesura dels angles es remunta a l'època dels sumeris i els babilonis, i segles més tard els egipcis. Eren grans astrònoms i observadors del cel.



Fa uns 3000 anys aquests grans astrònoms van fer els primers calendaris, determinant que el període d'un any (des d'un determinat punt de sortida del sol o d'una estrella fins que tornava a sortir pel mateix lloc) era de 365 dies.

Per facilitar els càlculs es pren el 360, que és divisible per 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12 etc., i es deixen a part els dies que queden.

De fet els primers calendaris solars van aparèixer a Egipte fa 3000 anys. Els astrònoms i matemàtics egipcis sabien que l'any durava 365 dies, però van dividir el calendari en 12 mesos de 30 dies

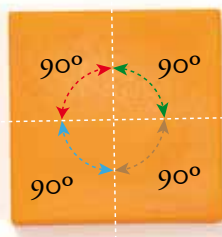
d = Divisors[360]

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360}

cadascun i consideraven festius els dies que sobraven cada any.

Etimològicament, la paraula grau prové del llatí "gradus" i vol dir passa o graó. Per tant farem una volta en 360 passes o pujarem la temperatura graó a graó.

Per tant, estableixen que «tota una volta» serà de 360° . Nosaltres en direm un angle complet.



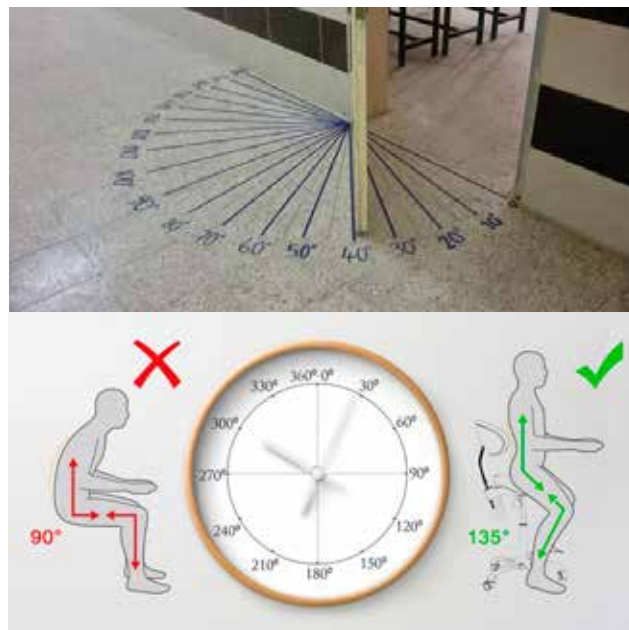
Si dividim aquesta volta en 4 parts iguals, dibuixant dues rectes perpendiculars, obtenim en cadascuna de les parts un angle recte, de 90° .

Podem aprofitar aquesta explicació per fer càlcul mental, anotant quant seria mitja volta o un angle pla, o demanant quant és la meitat de 360.

També quant seria una tercera part de 360, i modelitzant que podem separar el nombre en 300 + 60, cosa que fàcilment ens porta a fer la tercera part del 300 i del 60.

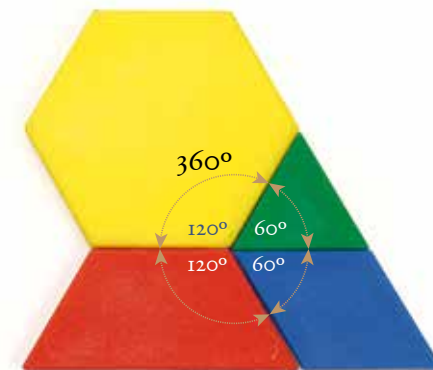
Cal deixar ben clar en aquest primer moment de l'activitat de quina manera dividim la volta sencera en 4 parts iguals, els 4 angles del quadrat. Pot anar bé dibuixar un punt i demanar-los que posin els 4 quadrats «al voltant del punt». Per a la majoria la idea és òbvia, però alguns confonen angles amb costats.

En alguns grups, i en funció del que hagin treballat a cursos anteriors, pot ser convenient recordar o insistir també en la idea de l'angle com a gir (amb el propi cos, les busques d'un rellotge o una porta).



Raonament i prova QUANT MEDEIXEN ELS ANGLES?

Tornem a la idea inicial i la tornem a mostrar projectant amb l'eina de Math Learning Center, Polypad de Mathigon o altres: si fem encaixar polígons fent coincidir els vèrtex a un punt donat completament angles complets de 360° .



Comença una tasca que faran per parelles, en les quals hauran de determinar quina és la mida dels angles de totes les peces.

Serà molt interessant que, abans de buscar la manera de «mesurar» la mida dels angles, en facin una estimació. Haurien de sortir de la sessió amb idees clares sobre angles aguts i punxeguts, menors de 90° (quan més «punxegut», més petit) i angles obtusos compresos entre 90° i 180° . Podem fer conversa amb els petits grups per anar fixant aquestes idees.

Ens trobarem amb errors freqüents, com que alguns grups en un primer moment pensaran que els angles del triangle, o els angles aguts del rombe blau... són «la meitat del recte», i per tant ens diran que mesuren 45° .



Caldrà que els demanem que ho comprovin, que ens ho demostrin d'alguna manera.

Hi ha una proposta interessant per ajudar-los a argumentar: primer han de convèncer-se a si mateixos, després han de convèncer un company o companya, i per acabar han de poder convèncer un enemic. Per tant han de tenir «arguments sòlids».

Podem parlar amb ells al final de la sessió de les idees inicials, que veurem després que eren errònies i que en realitat són «bones aproximacions». No estem acostumats a mesurar angles a cop d'ull i cal un cert entrenament i tenir bones referències per comparar.

Cal fer notar que d'entrada s'ha suggerit un mètode, el de completar 360° , perquè és el que ens permet explicar l'origen del valor i la mesura dels angles.

Però de manera espontània algunes parelles començaran a fer servir un altre sistema que també és vàlid i molt pràctic: a partir dels valors obtinguts en la mesura de l'angle d'alguna de les peces, tindran una eina que utilitzaran com a unitat de mesura per calcular-ne altres.

Per exemple:

— He vist que podem fer tota una volta amb 12 rombes blancs, els prims. Per tant hem dividit

els 360° entre 12, i ens surt que cada angle mesura 30° .

— Després hem vist que l'angle agut del rombe blau està fet de dos angles aguts del rombe blanc. Per tant l'angle agut del rombe blau mesura 60° .



O bé:

— Hem vist que si ajuntem en un punt tres angles aguts del rombe blanc aconseguim un angle recte.
— Com n'esteu tan segurs?
— Perquè podem tapar-ho amb l'angle del quadrat.



— D'acord. I per saber el que mesura l'angle agut del rombe blau?
— Si en posem un de blanc i un del blau també fem 90° . Per tant, un ja sabem que fa 30° i l'altre farà 60° . És el que ens falta per arribar a 90° .

Representació COM HO HEU PENSAT?

A mesura que van descobrint maneres de deduir les mides dels diferents angles, els demanem que anotin i representin al seu quadern **com hem trobat la mida dels angles de cada figura**.



És molt important dedicar temps a fer aquest registre, i animar-los a fer-lo de manera acurada.

La mida dels Pattern Blocks ens permet dibuixar les figures a mida natural al quadern, i així dibuixar els angles i les composicions entre angles de manera exacta.

Haurem d'acompanyar la manera en que dibuixen a la llibreta.



$$360^\circ / 3 = 120^\circ$$



$$360^\circ / 3 = 120^\circ$$



$$360^\circ / 3 = 120^\circ$$



$$360^\circ / 6 = 60^\circ$$



$$360^\circ / 6 = 60^\circ$$



$$360^\circ / 6 = 60^\circ$$

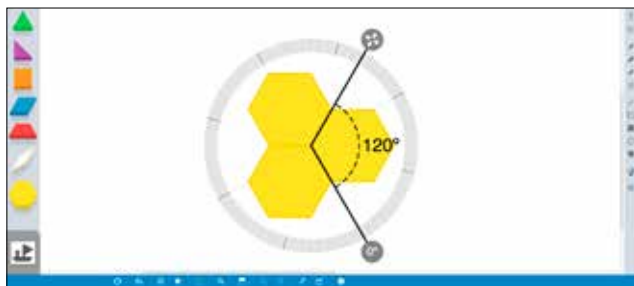


$$360^\circ / 12 = 30^\circ$$

Comunicació TANCAMENT DE L'ACTIVITAT

Per tancar l'activitat tornarem a fer una conversa totes i tots plegats, per posar en valor les diferents maneres de resoldre el repte inicial i aprendre els uns dels altres.

Fent servir aplicacions digitals com les que tenim a *The Math Learning Center*, els podem animar que surtin a la pissarra digital i expliquin la seva manera de calcular el valor d'un angle determinat.



Si la durada de la sessió ho permet i si ho considereu convenient, es pot acabar ensenyant de quina manera s'ha d'usar un transportador d'angles convencional.

L'aplicació *Polypad de Mathigon* l'incorpora per a la pissarra digital.



Com sempre, és molt interessant posar en valor les diferents maneres que hi ha de trobar una resposta correcta. Això fomenta que totes i tots puguin fer aportacions al grup i que no es posi tant en valor ser «el primer a trobar la resposta». És molt important ser perseverant i trobar diferents camins per resoldre una situació.

AVALUACIÓ

És convenient que fem un seguiment del treball de les parelles a mida que es desenvolupa, per detectar si totes i tots han entès el concepte d'angle.

A nivell competencial ens ha de servir per observar l'alumnat pel que fa a la seva manera d'argumentar. Si cal podem oferir "arguments" consistents com a exemple, tal com fem a l'inici de la sessió. Però si l'activitat es desenvolupa amb normalitat, al final de la sessió podem demanar a alguns alumnes que exposin els seus arguments per determinar el valor de l'angle d'alguna de les peces, i així ajudar a altres que els facin servir com a model per explicar després les raons que justifiquen la mesura dels angles d'una altra figura.

És una activitat que promou l'autoregulació, comparant unes peces amb les altres, i contrastant les seves respostes amb els arguments que donen els alumnes al diàleg per parelles. És fàcil que ells mateixos se n'adonin les pròpies errades.

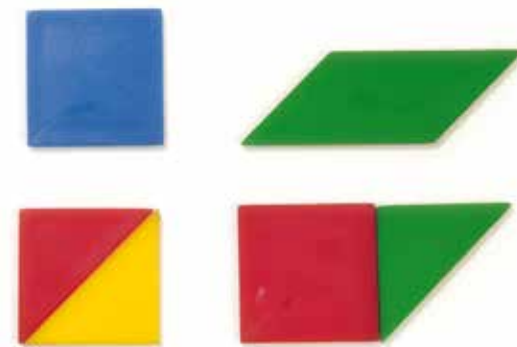
També el fet de poder trobar diferents maneres d'aconseguir la solució farà que puguem avaluar la

recerca de diferents maneres de resoldre un problema. Quan les activitats tenen una sola manera de trobar la resposta no ens permeten fer-ho. Per tant fins i tot podem animar als nens i les nenes que acaben de seguida a buscar altres maneres de justificar les seves respostes.

Com a document que evidenciï el que saben fer podem recollir el que han dibuixat i escrit al seu quadern. És possible que a alguns alumnes els sigui més fàcil explicar-ho a través de la representació gràfica, i no es mostrin segurs per explicar-ho oralment o per escrit.

Serà convenient avaluar si s'han apropiat de la manera de mesurar els angles de polígons que s'ha utilitzat a la proposta a properes activitats amb materials diferents. Per exemple, es pot aplicar a les peces del TANGRAM, que només té angles de 45° , 90° i 135° .

Un altre aspecte que es pot començar a avaluar és la millora de la capacitat de fer estimacions d'angles a cop d'ull i si donen valors menors a 90° per angles aguts, i menors o majors a l'angle pla de manera correcta. Podem aprofitar per fer preguntes al respecte quan ens acostem a les taules mentre treballen per parelles.



RECURSOS

El material Pattern Blocks

Els Pattern Blocks (blocs de patrons) són un material didàctic desenvolupat als anys seixanta per l'*Education Development Center*. És un material molt indicat per treballar qüestions de geometria plana (mosaics, angles, classificació de polígons, àrees i perímetres, simetria, composició i descomposició de figures...) però que ens permet connectar-la amb altres tòpics del currículum com la descoberta i construcció de patrons o el càlcul de fraccions.

Comercialitzat amb diferents noms, normalment es conserven, entre les diferents marques, formes, mides i colors. El material consta de diverses peces de sis formes:



- Triangle equilàter (verd)
- Rombe ample (blau)
- Rombe estret (beix o blanc)
- Trapezi (vermell)
- Hexàgon regular (groc)
- Quadrat (taronja)

Els costats de tots els polígons són de la mateixa mida (excepte un dels costats del trapezi que té una mesura de dues unitats) i tots els angles són múltiples de 30° .

Applets

Al llarg de la guia s'ha fet referència a:

- The Math Learning Center. <https://www.mathlearningcenter.org/apps>
- Polypad. <https://polypad.amplify.com/>
- <https://junior-report.cat/historia-dels-calendaris/>

ELEMENTS CURRICULARS

Competències específiques i criteris d'avaluació

Competència 2. Resoldre problemes aplicant diferents tècniques, estratègies i formes de raonament, per explorar i compartir diferents maneres de procedir, obtenir solucions i assegurar-ne la validesa des d'un punt de vista formal i en relació amb el context plantejat i generar noves preguntes i reptes.

Criteris d'avaluació. Seleccionar entre diferents estratègies per resoldre un problema compartint i justificant l'estratègia seleccionada.

Argumentar la correcció matemàtica de les solucions d'un problema i la seva coherència en el context plantejat i que es generin, si és el cas, preguntes i reptes nous.

Competència 6. Comunicar i representar, de forma individual i col·lectiva, conceptes, procediments i resultats matemàtics utilitzant el llenguatge oral,

escrit, gràfic i multimodal en diferents formats i la terminologia matemàtica adequada, per donar significat i permanència a les idees matemàtiques.

Criteris d'avaluació. Explicar idees i processos matemàtics utilitzats en la resolució d'un problema o argumentant la solució obtinguda de forma verbal, amb l'ajuda del gest, la representació gràfica i la representació digital.

Competència 7. Desenvolupar destreses personals que ajudin a identificar i gestionar emocions, aprenent de l'error i afrontant les situacions d'incertesa com una oportunitat, per perseverar i gaudir del procés d'aprendre matemàtiques.

Criteri d'avaluació. Mantenir actituds positives davant de reptes matemàtics, com ara la perseverança i la flexibilitat, entenent l'error com una oportunitat d'aprenentatge.

Sabers

Sentit de la mesura

- Pràctica d'estratègies per fer mesuraments amb instruments i unitats no convencionals, com les divisions o la repetició d'una unitat
- Estimació per comparació de la mesura d'angles.
- Avaluació de resultats de mesuraments i estimacions o càlculs de mesures, raonant si són o no possibles.
- Domini del vocabulari geomètric en la descripció verbal dels elements i les propietats de formes geomètriques: Angle recte, pla, agut, obtús, complet.



Generalitat de Catalunya
Departament d'Educació
i Formació Professional

