



PERÍMETRE I SUPERFÍCIE AMB TANGRAM

Activitat per introduir el concepte d'àrea i de perímetre

Competències

L'activitat es proposa en un ambient de resolució de problemes, en el qual l'alumnat explora, formula i comprova conjetures. Es dona molta importància a aspectes de representació i comunicació de les descobertes.



Sabers

Durant les sessions es treballaran els conceptes de perímetre i àrea, incidint en el seu significat i no tant en el càlcul amb fórmules. Per això, es faran comparacions i ordenacions de les peces del tangram en funció del seu perímetre i àrea i es treballaran relacions d'igualtat i desigualtat. Al llarg de l'activitat s'hauran d'aplicar estratègies de càlcul mental amb fraccions.



Autoria

Paula López-Serentill
Xavier Fernández



Etape, nivell

5è i 6è
de primària



Temporització

Dues
sessions



Agrupament

Treball
en parelles



Material

Com a mínim un tangram
per cada parella

Primera sessió SUPERFÍCIE AMB EL TANGRAM

Repte inicial

Com podem ordenar les peces del tangram de petita a gran?

Activitats inicials

Presentació del repte (10 min)

El docent reparteix un tangram per cada parella i deixa uns moments per a la manipulació lliure i per familiaritzar-se amb les peces del joc.

Es presenta el repte inicial: com podeu ordenar les peces del tangram de petita a gran?. Es deixa un temps per tal que cada parella pugui pensar i justificar la seva ordenació.

En aquesta primera part, caldrà acordar un nom per cada peça, com per exemple:

Tp: triangle petit

Tm: triangle mitjà

Tg: triangle gran

Q: quadrat

R: romboide



El fet de posar un nom simplificat posa de manifest la conveniència de la notació abreujada i d'un llenguatge comú i ens serà molt útil per a les properes activitats.

Posada en comú de les diferents ordenacions (10 min)

Cada parella exposa la seva ordenació, la justifica i el docent les recull en un document compartit o a la pissarra.

És important incidir en la utilització correcta dels termes matemàtics que van sorgint, com per exemple:

Alumne: «És més gran perquè ocupa més»

Docent: «Què vol dir que ocupa més?»

Si bé totes i tots tindran clara l'ordenació dels triangles petit, mitjà i gran, el lloc que ocupen les altres peces serà més controvertit. És interessant poder establir una conversa entre tots els estudiants comparant les diferents ordenacions, animant-los a descriure la relació entre els tres triangles per tal que se'n adonin que són triangles semblants, en tant que tenen la mateixa forma, els mateixos angles... però no la mateixa mida. També serà interessant si surten altres ordenacions diferents a la feta per superfície i aprofitar, si escau, per aclarir la diferència entre ordenació i classificació.



Per mostrar les diferents ordenacions es pot utilitzar l'aplicació digital Polypad.



Activitats de desenvolupament

Treballem el concepte de superfície (10 min)

De totes les formes possibles que han sortit d'ordenar les peces, ens centrem en les que ho han fet segons la seva superfície. Si hi ha més d'un grup que ho ha ordenat per superfície, és interessant mirar si les han ordenat totes de la mateixa manera (les del mig solen donar lloc a confusió).

Es demana a l'alumnat que expliqui i argumenti com compara les diferents peces per saber quina és més gran i quina més petita. Una bona manera de mostrar-ho seria dibuixar (calcar) les peces al quadern i pintar-les de dos colors per fer evident el que acostumen a dir que «si trec aquests trianglets d'aquí i els poso allà...».



Finalment, en cas que no hagi sortit com un dels arguments anteriors, es proposa agafar com a unitat la peça més petita (triangle petit). La presentem com una unitat de mesura per poder comparar totes les peces i així saber quina és més gran.



Escriurem, utilitzant els signes d'igualtat i desigualtat, l'ordenació de les peces segons l'àrea. Es pot fer dibuixant les peces a la llibreta i posant els signes entremig o fer-ho de forma més algebraica ($T_p < Q = R = T_m < T_g$).

Busquem relacions (15 min)

Donar resposta a la pregunta: «quants triangles petits caben dins de cada una de les altres peces del tangram?». Per tal de recollir la informació de manera ordenada els suggerirem fer una taula simple de dues columnes. A la primera columna caldrà posar el nom de la peça que analitzem (si es vol es pot dibuixar), i a la segona el nombre de vegades que hi cap el triangle petit.

Si treballem en full quadriculat podem optar per demanar-los un dibuix acurat de les peces, fent que el triangle petit sigui mig quadret de llibreta, i que mantinguin els angles rectes a les figures que en tenen.



Fer una taula de doble entrada per relacionar la superfície de totes les peces entre elles: «quantes vegades cap tal peça dins de tal altra».

						Superfície total del tangram
Quants ... hi caben en ...?						

El docent anirà establint conversa amb les parelles que estan treballant, i els ajudarà a introduir les fraccions en els casos en què volem saber quantes vegades cap una figura gran (el triangle gran) en una més petita (el triangle mitjà).

De tancament

Posada en comú (15 min)

Es comparteixen els resultats de les diferents parelles i s'analitzen els nombres que han sortit (nombres naturals i racionals), les relacions entre ells i la disposició a la taula de doble entrada (fixar-se amb les files i columnes que són iguals, els nombres inversos que surten i on surten, etc.).

Es planteja una pregunta de reflexió que servirà per enllaçar la proposta de la següent sessió: «Si haguéssim ordenat les peces segons el seu perímetre, creieu que seguirien el mateix ordre?»

Cal fer notar que mirar quantes vegades cap una peça dins d'una altra és un dels significats de la divisió. També es pot enllaçar en el significat de numerador i denominador.

Segona sessió PERÍMETRE EN LES PECES DE TANGRAM

Activitat inicial

Posada en comú del repte plantejat al final de la sessió anterior (10 min)

— Si haguéssim ordenat les peces segons el seu perímetre, creieu que seguirien el mateix ordre?
Cada parella justifica la seva resposta i es demana com ho podrien fer per comprovar-la.

De desenvolupament

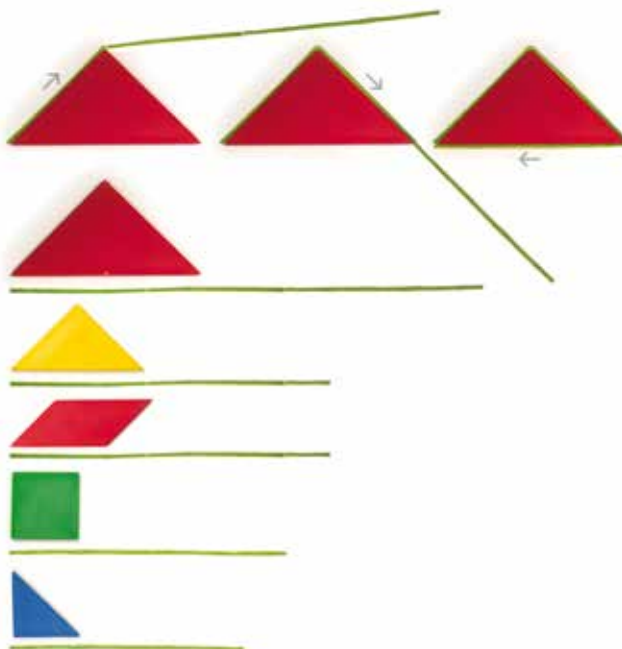
Treballem el concepte de perímetre (15 min)

Es reparteixen tangrams i materials per tal que puguin trobar el perímetre de cada figura i poder-les així ordenar: cinta adhesiva de colors, cordills, serpentes, cinta mètrica... Es demana a cada parella que ordenin les peces del tangram en funció del seu perímetre utilitzant com a mínim dues tècniques diferents.

Algunes de les tècniques que s'espera que surtin són:

- Utilitzant només les peces i fent-les rodar sobre el full o sobre l'altra.
- Comparant costats curts i llargs.

— Representant el perímetre de cada figura enganxant les cintes o cintes adhesives de cada peça.



No cal mesurar la llargada del perímetre de cada figura a la primera activitat de desenvolupament, només ordenar de gran a petit per tal que entenguin el concepte de perímetre com a longitud del contorn d'una figura (i no com a suma de les longituds dels seus costats).

La intenció de la sessió és que entenguin el concepte del perímetre de les figures com a una única longitud (segment continu), no que aprenguin a calcular-lo amb fórmules.

Comparem la superfície i el perímetre a partir de preguntes, que hauran de respondre per parelles (25 min)

- Quines peces del tangram tenen la mateixa superfície? (recordar el que es va fer a la primera sessió).
- Totes tenen el mateix perímetre?
- Quines figures amb la mateixa àrea tenen menys perímetre? I quines més?
- Per què deu passar això?
- L'àrea del quadrat equival a 2 triangles petits.
- El perímetre també és el doble? Per què?
- De quantes maneres pots ajuntar els dos triangles grans?

Posem en comú les respostes de les qüestions plantejades. Els alumnes hauran de reflexionar individualment responent a la pregunta «què heu descobert?» i posteriorment es posaran en comú de manera que es puguin escriure unes conclusions conjuntes.

És important que al llarg d'aquesta sessió desvinculin el concepte de perímetre del d'àrea, és a dir, que figures amb igual àrea no tenen perquè tenir igual perímetre i al revés.



El docent ha d'estar atent a les preguntes i descobertes de l'alumnat i proposarà altres preguntes per portar-los cap a la generalització: «a quines figures els passa això? Això passa sempre? Per què creieu que passa?...»



De tancament

Definim superfície i perímetre (10 min)

Per parelles han de pensar una definició per superfície i per perímetre de figures planes.

El docent recull les diferents definicions, es posen en comú i s'acorda una definició entre tots i totes. Es pot buscar al diccionari les definicions per contrastar amb les que s'han donat.

AVALUACIÓ

Per avaluar les competències indicades és important tenir en compte les diferents argumentacions que han anat sorgint durant les dues sessions, les diferents estratègies que han utilitzat per ordenar les peces del tangram, o les diferents connexions que han fet entre el sentit de la mesura i el sentit algebraic (llenguatge algebraic i desigualtats) o el sentit numèric (nombres racionals). A continuació es detallen algunes de les activitats de cada sessió que poden ajudar a avaluar aquestes competències:

- Per avaluar la sessió 1 podem tenir en compte l'activitat inicial de justificar l'ordenació realitzada (competència 3) i l'activitat de desenvolupament de fer la taula de doble entrada i les justificacions donades (competència 5 i 6).
- Per avaluar la sessió 2 es pot fer a partir de les preguntes plantejades en l'activitat de desenvolupament i la pregunta final de «què he descobert» (competència 2). És interessant que en algun moment es faci el retorn de l'avaluació de l'informe i es posi en comú amb tot l'alumnat.

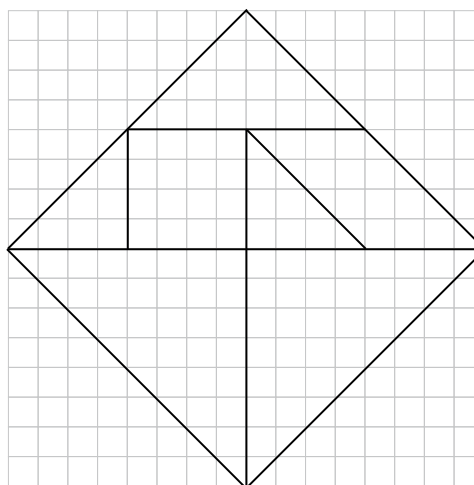
CONNEXIONS INTERNES

- **Amb el sentit numèric:** treball amb fraccions per comparar l'àrea de diferents figures del tangram. Relació entre àrea d'un rectangle i el producte.
- **Amb el sentit algebraic:** utilització de relacions d'igualtat i desigualtat entre figures.
- **Amb el sentit espacial:** Composició i descomposició de peces del tangram a partir d'unes altres. Aplicació d'estratègies per modelitzar el càlcul d'àrees i perímetres.

PROPERES SESSIONS

Derivades de la sessió 1

Pas d'unitats de mesura no convencionals (triangle petit) a convencionals (cm^2) fent servir tangrams amb diagonal = 16cm i paper centimetrat transparent.



Mesura d'àrees de polígons que encaixen total i parcialment en una quadrícula de cm^2 . Cerca de mètodes indirectes per a figures que no hi encaixen. Descoberta de la fórmula de l'àrea dels paral·lelograms i dels triangles.

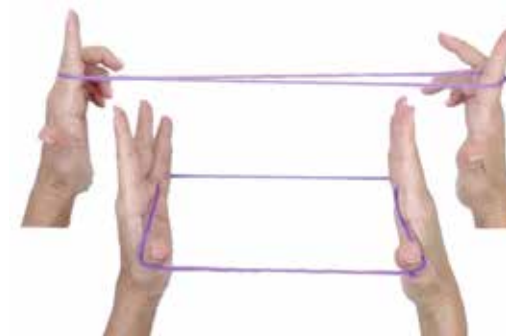
Treballar el concepte d'àrea amb Geoplans.



Derivades de la sessió 2

Representació de perímetres de diverses figures planes que no siguin del tangram. Mesura en cm de les longituds resultants.

Activitat de la Emma Castelnuovo: amb una longitud donada d'un cordill lligat, fer diferents



rectangles (el perímetre es manté però no l'àrea). Quin tindrà l'àrea més gran?

Càlcul del perímetre de polígons coneixent els costats.

Pràctica de la mesura de perímetre i diàmetre (amb peu de rei, per exemple) de figures i cossos circulars. Aproximació a π . A partir de la mesura del perímetre i el diàmetre d'objectes circulars, i fent-ne la divisió (quantes vegades el diàmetre cap a la longitud de la circumferència?).

AMPLIACIÓ

Com la podem estirar o proposar en cursos més avançats o anteriors

Un parell d'activitats per a l'alumnat amb altes capacitats:

- Buscar tots els quadrats que es poden fer utilitzant 1, 2, 3... 7 peces del tangram. Es poden fer tots? Quina superfície i quin perímetre té cada un?
- Quina figura feta amb totes les peces del tangram tindrà menys perímetre? Quines en tindran més? Podem trobar una «regla» que ho expliqui?

Quatre activitats complementàries

- Explicació del conte *Tangram Gato*: a l'inici de l'activitat es pot explicar el conte. Els alumnes i les alumnes poden mirar d'inventar noves històries a partir de figures amb el tangram. <https://ja.cat/ContesTangramGato>

- Construcció del tangram doblegant i tallant paper. <https://ja.cat/TangramPlegant>
- Es pot estirar l'activitat cap al sentit algebraic escrivint relacions d'equivalències entre peces (exemple: 1 triangle mitjà + 1 quadrat = 1 triangle gran)
- Explicació del conte *El llit de la reina* a l'inici de la segona activitat per fer veure la necessitat d'unificar les unitats de mesura. <https://ja.cat/ContesLlitReina>



Applets

Vídeo sobre el tangram:

<https://ja.cat/CreamatTangram>

Polypad:

<https://polypad.amplify.com/p#tangram>

ELEMENTS CURRICULARS

Competències específiques i criteris d'avaluació

Competència 2. Resoldre problemes, aplicant diferents tècniques, estratègies i formes de raonament, per explorar i compartir diferents maneres de procedir, obtenir solucions i assegurar la seva validesa des d'un punt de vista formal i en relació amb el context plantejat i generar noves preguntes i reptes.

Criteri d'avaluació. Compartir i obtenir possibles solucions d'un problema seleccionant d'entre diverses opcions compartides i justificant l'escollida.

Competència 3. Explorar, formular i comprovar conjectures senzilles, reconeixent el valor del raonament espacial, raonament lògic i incorporar-hi l'argumentació per integrar i generar nou coneixement matemàtic.

Criteri d'avaluació. Analitzar conjectures matemàtiques senzilles investigant patrons, propietats i relacions, així com fent deduccions i comprovant-les.

Competència 5. Utilitzar connexions entre diferents idees matemàtiques, així com identificar les matemàtiques implicades en altres àrees o amb la vida quotidiana, interrelacionant conceptes i procediments per interpretar situacions i contextos diversos.

Criteri d'avaluació. Connectar diferents elements de les matemàtiques valorant-ne la utilitat per relacionar i ampliar coneixements en un context matemàtic.

Competència 6. Comunicar i representar, de forma individual i col·lectiva, conceptes, procediments i resultats matemàtics utilitzant el llenguatge oral, escrit, gràfic, multimodal, en diferents formats i amb la terminologia matemàtica adequada, per donar significat i permanència a les idees matemàtiques.

Criteri d'avaluació. Interpretar i usar llenguatge matemàtic adequat donant-li significat.

Sabers

Sentit numèric

- **Sentit de les operacions.** Aplicació d'estratègies de càlcul mental amb fraccions senzilles com a part d'una col·lecció.
- **Relacions.** Comparació i ordenació de nombres naturals, fraccions i decimals fins a les mil·lèsimes en contextos de la vida quotidiana.

Sentit de la mesura

- **Magnitud.** Selecció i ús de les unitats adequades de longitud, massa, capacitat i superfície, volum, magnituds informàtiques bàsiques, temps i graus (angles) en contextos de la vida quotidiana.
- **Mesura.** Selecció i ús d'instruments (analògics o digitals) i unitats adequades per mesurar longituds, objectes (massa, capacitat, superfície...), angles i temps.
- **Estimació i relacions.** Ús d'estratègies de comparació i ordenació de mesures de la mateixa magnitud aplicant les equivalències entre unitats (sistema mètric decimal) en problemes de la vida quotidiana. Estimació per comparació de la mesura d'angles i superfícies.

Sentit espacial

- **Formes geomètriques de dues i tres dimensions.** Coneixença de tècniques de construcció de formes geomètriques per composició i descomposició, amb materials manipulables, instruments de dibuix i aplicacions informàtiques.

Domini del vocabulari geomètric en la descripció verbal dels elements i les propietats de formes geomètriques.

Aprofundiment en les propietats de formes geomètriques transformant-les, a partir de materials manipulables (quadrícules, geoplans, polícubs...) i també amb eines digitals (programes de geometria dinàmica, realitat augmentada, robòtica educativa...).

- **Raonament i modelització i visualització geomètrica.** Aplicació d'estratègies per al càlcul d'àrees i perímetres de figures planes en situacions de la vida quotidiana.

Posada en pràctica de models geomètrics en la resolució de problemes relacionats amb els altres sentits matemàtics.

Sentit algebraic

- **Relacions i funcions.** Utilització de relacions d'igualtat i desigualtat usant els signes $<$ i $>$ en expressions senzilles relacionades a través d'aquests signes i els signes $=$ i $\neq$.

XAVIER FERNÁNDEZ BERGES

Escola l'Estació. St Feliu de Guíxols.

Grup Perímetre

PAULA LÓPEZ-SERENTILL

Universitat de Girona

