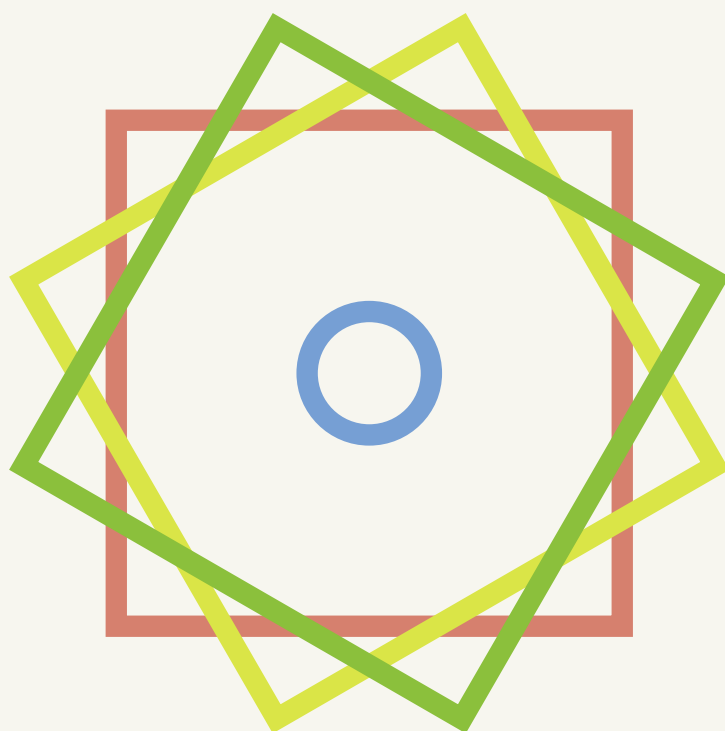


De flors i rosasses

ANGLES
I ANGLES DE GIR

Guies
didàctiques
per a la millora
de la competència
matemàtica.
Secundària

CATERINA CANYELLES SERRA

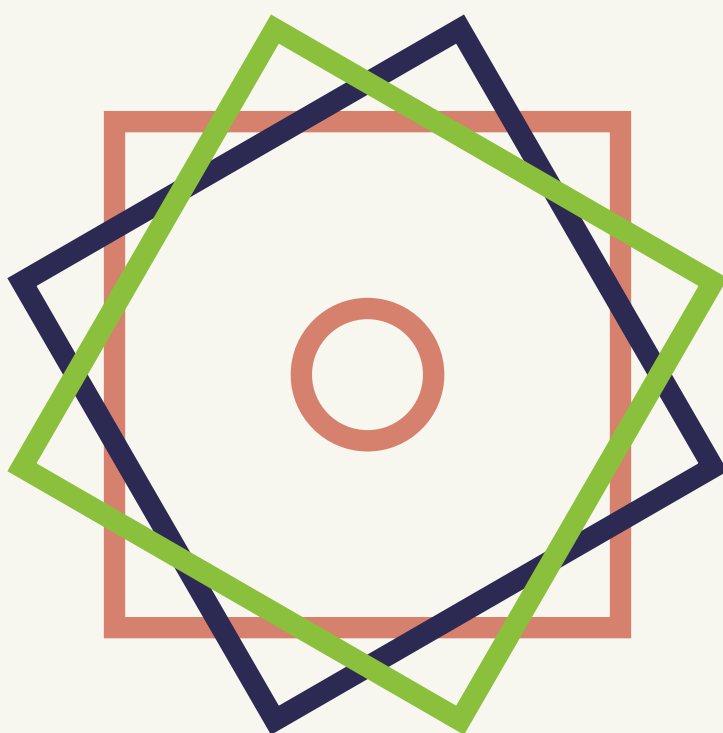
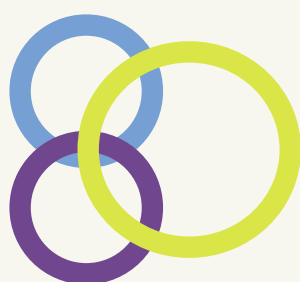


Descripció de les activitats

L'objectiu de la seqüència d'activitats és estudiar i identificar els angles i les accions de gir, així com aprofundir-hi. Identificar-los i familiaritzar-nos-hi tant a través d'activitats d'aula com amb els angles que ens envolten. Posteriorment, identificarem i crearem figures mitjançant girs. També es treballarà la comunicació i la connexió.



Per a l'alumnat, enunciat/presentació de l'activitat



Sessió 1

L'objectiu de la sessió és la relació entre figures, la seva descripció i l'ús de vocabulari adequat. S'ha d'aconseguir que vegin que amb les paraules *gir* i *angle* s'aporta molta precisió al dibuix.

ACTIVITATS INICIALS

- **Activitat 1: Descrivim.** Per parelles, cadascú té un full DIN A4 amb 4 imatges. Has de descriure les quatre imatges que tens en el full al teu company, perquè ell les pugui dibuixar. El full del teu company té unes imatges diferents i també te les descriurà. Anota quines paraules has fet servir per descriure-les. Algunes s'han repetit?
- **Activitat 2: Observem.** S'utilitzen els mateixos fulls de l'activitat anterior, Descrivim. Es lliura el full DIN A4 amb quatre imatges cadascuna. Cada grup ha d'anotar en seqüència 1-2-4 què observa i quines preguntes els suggereixen les imatges. Després, es fa una posada en comú en gran grup.

ACTIVITATS DE DESENVOLUPAMENT

- **Activitat 3: Els angles i els papers.** Se'ls lliura la tasca. Mitjançant el plec de papers –una circumferència i un quadrat– veurem quins angles podem generar, estimar i identificar.

Sessió 2

L'objectiu d'aquesta sessió és que l'alumnat identifiqui angles i també en construeixi.

- **Activitat 4: L'angle just.** L'angle just és un joc que consisteix a encertar quin angle representa la zona pintada d'un material creat: el cercle d'angles.
- **Activitat 5: Les agulles dels angles.** Amb aquesta activitat, es continuarà identificant angles i s'analitzarà si les respostes són úniques.

Sessió 3

En aquesta sessió, estructurarem què hem après de nou i establim connexions amb altres blocs de les matemàtiques.

ACTIVITATS DE SÍNTESI I ESTRUCTURACIÓ

- **Activitat 6: Quin angle fa dos terços d'unitat?** Amb aquest guió, es relacionaran les fraccions amb els angles de gir de cada porció. Per això, caldrà tenir present la suma i resta de fraccions.
- **Activitat 7: L'angle de gir.** Aquesta activitat pretén relacionar els angles i les figures generades mitjançant girs. Finalment, es demana crear una figura generada per girs.

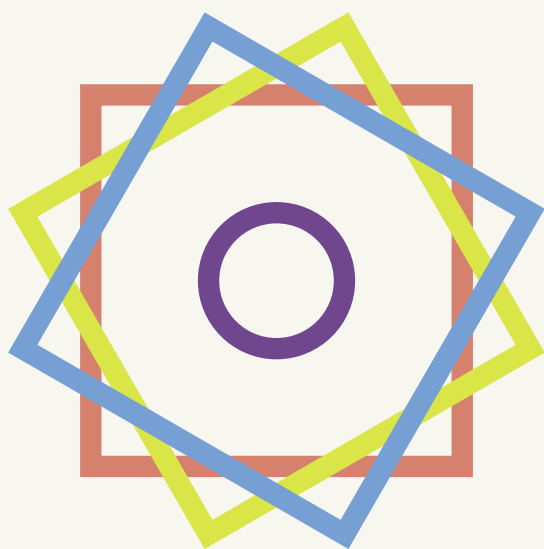
Sessió 4

Com a activitat d'aplicació i transferència, es proposa fer una fotografia d'una figura generada mitjançant els girs i fer-ne una anàlisi completa amb tot el que hem treballat els tres dies anteriors.

ACTIVITATS D'APLICACIÓ I TRANSFERÈNCIA

- **Activitat 8: Fem una fotografia?** Durada: 90 min.
Recordes com vam iniciar aquest plec d'activitats? Doncs ara et toca a tu! Fes una fotografia d'algun aspecte del teu voltant on hi hagi girs. Fes-ne una descripció escrita i alhora una descripció més tècnica: figura primària, punt de gir, angle de gir...

Per al docent, recomanacions per a l'acompanyament i gestió de l'activitat



Sessió 1

ACTIVITATS INICIALS

El material necessari són: els fulls DIN A4 amb les imatges, fulls amb circumferències impreses, el mesurador d'angles fet amb plats de cartó o amb cartolina plastificada i les fitxes de treball 1. Descrivim, 2. Observem i 3. Els angles i els papers.

Activitat 1. Descrivim: Activitat inicial. Durada: 30 min. Per parelles, es reparteixen els fulls amb imatges. S'ha d'evitar que un vegi les imatges de l'altre. També s'ha de facilitar un full en blanc o la llibreta d'aula per dibuixar la descripció feta. Els colors no són importants; tot i això, per a la majoria del nostre alumnat, sí que ho serà. És interessant transmetre que no dediquin massa temps als colors. A sota els dibuixos fets, han d'indicar quines paraules han estat les més utilitzades per descriure's les imatges. L'objectiu és que la paraula *gir* i *angle* vagi apareixent, però no sempre és senzill. Si hi ha grups que no ho aconsegueixen, ho aniran incorporant al llarg de les activitats i, en la darrera sessió, es pot fer la mateixa activitat, ara ja amb el coneixement incorporat i comprovar com de més senzill i precís és utilitzant el vocabulari adequat i l'entrenament de la mirada.

Activitat 2. Observem: Activitat inicial. Durada: 30 min. Què observes i quines preguntes et venen al cap. Ara ja amb els dos fulls d'imatges a la vista, cada grup ha d'anotar en seqüència 1-2-4 què observa i quines preguntes li suggereixen les imatges. Després, es fa una posada en comú en gran grup.

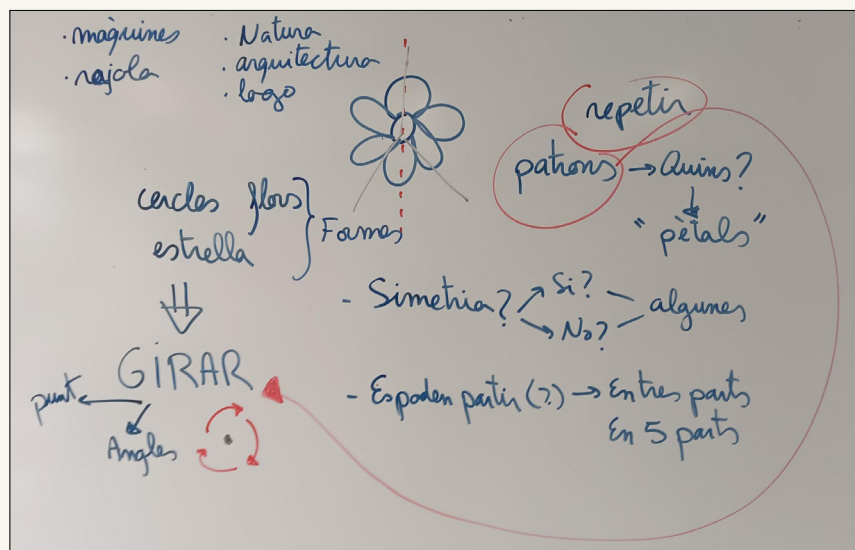
En la posada en comú, la professora, en funció de secretària, anirà anotant a la pissarra al voltant de la imatge d'una flor –o un element que contingui una rotació o alguna paraula relacionada– un mapa mental amb els diferents aspectes observats i les escriurà per famílies de conceptes.

Aquestes imatges són:

- Una flor
- El logo de la marca de cotxes Mercedes
- El panot de Barcelona
- La rosassa d'una catedral
- Una turbina Pelton

Sessió 1

- El logo de l'associació catalana d'Enginyeria Sense Fronteres
- La portada del disc *Birthday* del grup Sugarcubes (85)
- El logo del cercador Chrome



ACTIVITATS DE DESENVOLUPAMENT

Activitat 3: Els angles i els papers. Activitat de desenvolupament. Durada: 30 min.

Se'ls lliura individualment aquesta tasca. Si la reben mitjançant un entorn virtual d'aprenentatge, almenys l'últim full l'han de lliurar en paper. Així, els repartim el quadrat i la circumferència fotocopiada (i potser ja retallada). L'objectiu és omplir amb exactitud el màxim d'angles que sàpiguen o recordin.

Fer plecs al paper és una bona manera d'anar descobrint la forma –l'obertura– que tenen els angles.

CIRCUMFERÈNCIA

Aquesta activitat tindrà diferent durada segons si veuen l'amplitud dels angles d'una circumferència per primera vegada o bé és un recordatori, però la dinàmica serà la mateixa a partir del guió de l'activitat i les preguntes facilitadores. Mentre anem rotant per les taules i acompanyant els dubtes de l'alumnat, aprofitem també per modelar el vocabulari (*angle nul, recte, agut, obtús, pla, angles complementaris, suplementaris, adjacents, consecutius*, etc.). Cada docent escull el vocabulari que vol reforçar o que ja ha treballat.

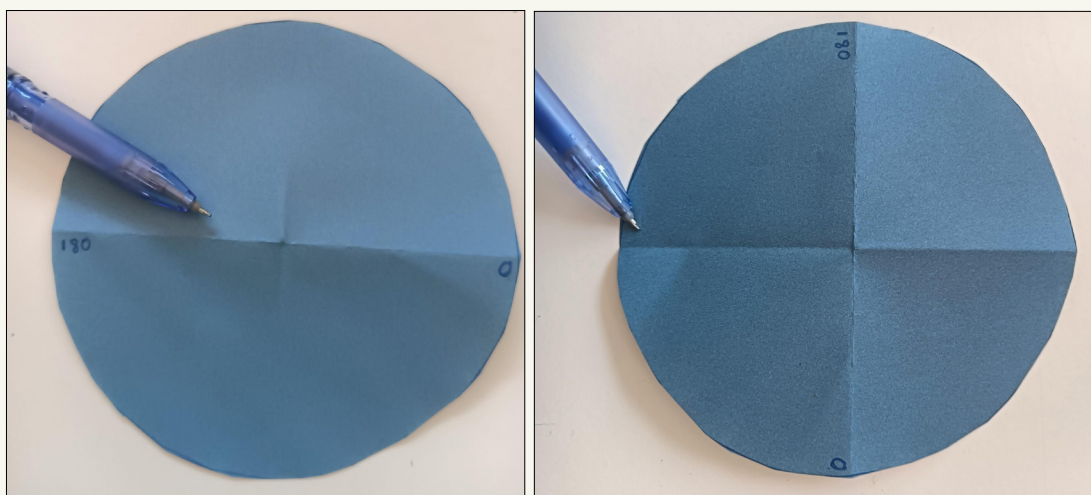
Sessió 1

Possibles preguntes facilitadores:

- Quants graus mesura la circumferència sencera?
- Si dobleguem la circumferència per la meitat, quin serà aquell angle?
- I ara com seguirem?
- Això només serveix per al primer quadrant?, com completem tota la circumferència?

Dubtes que els pot sorgir:

- On posem el zero?
 És una pregunta tan senzilla com comuna. L'arbitrarietat del zero, sigui en aquest cas o en els eixos cartesianes, s'ha de treballar: tu tries on és el zero i, a partir d'aquí, es construeixen els altres angles.
- Una possible resposta comuna és "la meitat" o "un quart".
 És molt bon inici, ja que només falta relacionar-ho amb el fet que la unitat són els angles de la circumferència.
- Es podria anar doblegant més i fer els angles $n \cdot 22,5^\circ$, però la destresa manual i el gruix del paper fan que la precisió no sigui gaire bona. També es podria aprofitar per fer tres plecs i fer els 30° - 60° . Però altra vegada, el gruix del paper ho fa poc precís.



Sessió 1

QUADRAT

En aquesta activitat, la primera part és la construcció del transportador de paper. És simplement seguir les instruccions. Sempre hi haurà qui té més facilitat que d'altres, però són només quatre plecs. El primer plec, el que marca la meitat del quadrat, no ens interessa per fer els angles. S'ha de tenir present per no generar cap malentès. Al guió de l'activitat estan assenyalats els plecs que s'han de tenir en compte, però, si cal, remarquem-ho a l'aula.

La tasca bonica d'aquesta activitat és la deducció i la posterior argumentació de quins angles marquen els plecs. S'hi pot arribar per diferents camins i és molt interessant veure com hi arriben ells.

Coneixements previs que s'ha de tenir clars i posar de manifest per resoldre-ho:

- la suma dels angles interns d'un triangle és 180°
- un angle pla fa 180°
- l'angle recte mesura 90°

Aquí, si tenim l'oportunitat, fem servir les pissarres verticals (*thinking classroom*): grups de quatre, un sol retolador/guix i un espai per escriure-hi estant drets (pissarra, pissarra Vileda, pissarra digital, finestres i finestrals, la porta...).

El portaveu del grup, tant si s'ha treballat assegut com dret, ha de ser qui no ha escrit la deducció.



Vídeo dels plecs i solucionari: <https://youtu.be/qivOv2rZWPK>

Sessió 2

L'objectiu d'aquesta sessió és que l'alumnat identifiqui angles i també en construeixi.

La sessió d'avui es basarà en jocs i activitats per identificar, reconèixer i estimar angles. Tant tenint un zero clar (a l'horitzontal dreta, com als transportadors) com modificant el punt de partida.

Cal tenir els cercles d'angles (vegeu **Com construir-los**), les agulles dels angles (vegeu el **material**), les targetes de les preguntes i el guió **4. L'angle just** i **5. Les agulles de l'angle**.

Activitat 4: L'angle just. Activitat de desenvolupament.
 Durada: 40 min.

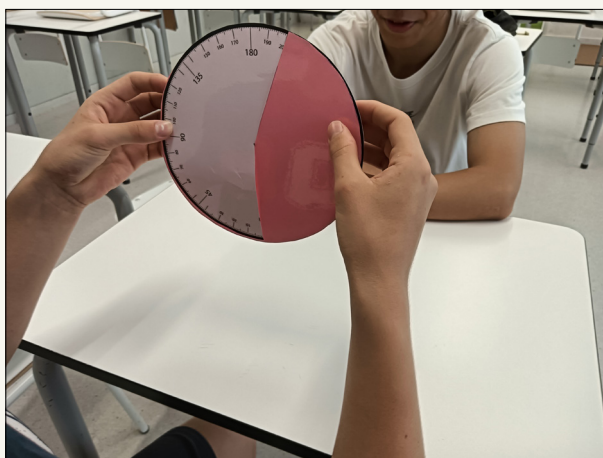
L'objectiu d'aquesta activitat és que posin en pràctica la identificació d'angles.

Es poden fer possibles ampliacions si veieu que una parella va més fluida o si veieu que el grup va fluid i teniu un grup classe competitiu.

Ampliació per parella: calcular el suplementari.

Ampliació de grup classe: fer concurs de precisió o de rapidesa.

En aquesta activitat, cal tenir el cercle d'angles fet. Es poden tenir fets com a material del Departament de Matemàtiques o s'han de planificar 10 minuts per fer el cercle d'angles d'un sol ús. Les imatges de la guia són els cercles d'angles que formen part del Departament i estan plastificats. Si no s'han pogut fer, hi ha una alternativa al cercle d'angles d'un sol ús amb plats de cartó que es pot fer en 10 minuts (està explicat en el guió de construcció).



Sessió 2

Activitat 5: Les agulles de l'angle. Activitat de desenvolupament. Durada: 40 min.

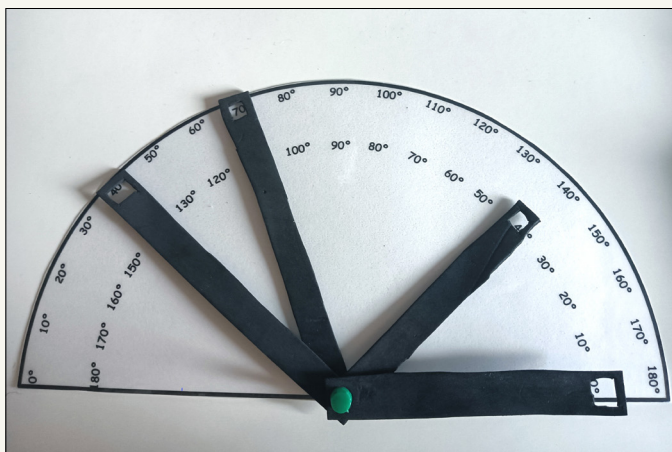
Aquesta activitat pretén continuar aprofundint en la identificació d'angles no sempre començant pel 0. També permet identificar-ne de complementaris i analitzar les solucions múltiples.

La proposta és que estiguin asseguts en grups de 4 i hi hagi un paquet de material a cada taula. Amb la dinàmica 1-2-4, han de resoldre els reptes que s'ofereixen a les targetes i alhora indicar si la seva resposta és única o si se'n poden trobar més i quantes. La segona part de l'activitat és que ells facin propostes de reptes i n'indiquin les respostes.

El moment de pensar si les respostes són úniques i quines altres possibilitats hi ha és una bona oportunitat per identificar les dificultats de l'alumnat. De la mateixa manera, quan facin les propostes de repte, es pot veure el nivell de profunditat o de complexitat que poden fer.

Segons el que hagi durat l'activitat, es pot acabar practicant amb els reptes proposats pels companys.

D'altra banda, el professorat pot aprofitar les targetes en blanc per posar reptes adequats a la diversitat de l'aula.



Sessió 3

ACTIVITATS DE SÍNTESI I ESTRUCTURACIÓ

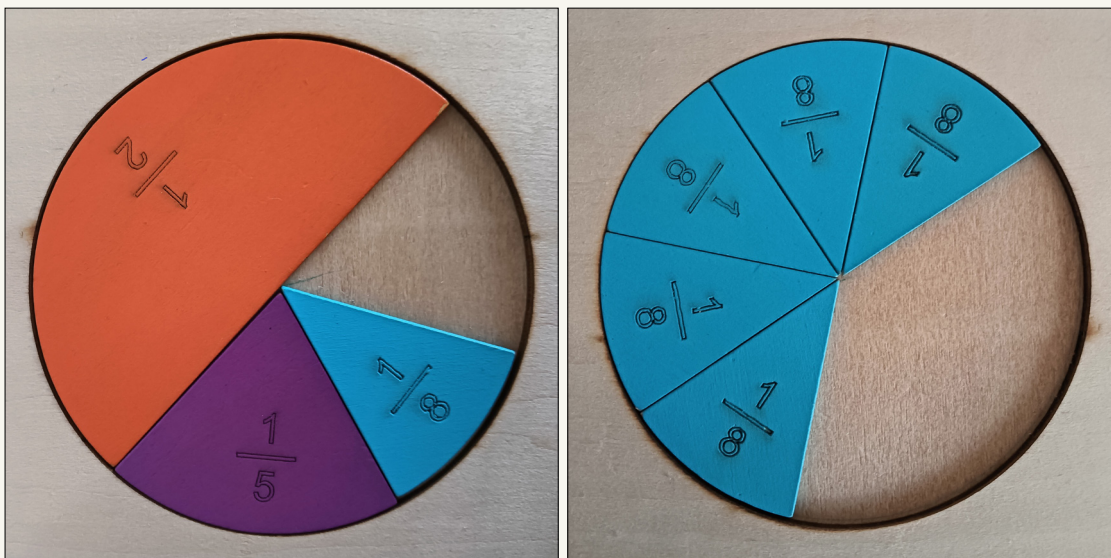
En aquesta sessió, estructurarem què hem après de nou i establim connexions amb altres blocs de les matemàtiques.

Avui volem fixar-nos en les connexions entre els angles i les fraccions fent servir el cercle de fraccions, material manipulatiu per a la introducció i representació de fraccions. Caldria tenir aquest guió de pràctica: **6. Quin angle fa dos terços d'unitat?** També és interessant tenir el material manipulatiu per donar opcions de comprensió, tot i que no és imprescindible, ja que les fotografies fan la feina que han de fer.

Activitat 6: Quin angle fa dos terços d'unitat? Durada: 40 min.

Si teniu el cercle de fraccions, que és un material manipulatiu, primer l'haureu de presentar perquè no tothom pot haver treballat amb ell. Sembla que és més universal els reglets de Freudenthal per treballar fraccions a primària. Per tant, primer caldrà **presentar el material**.

L'apartat c) és allà on es treballa més intensament la connexió, però a la vegada és el més complex. Poseu-lo com ampliació si no els veieu gaire fluids amb les fraccions.



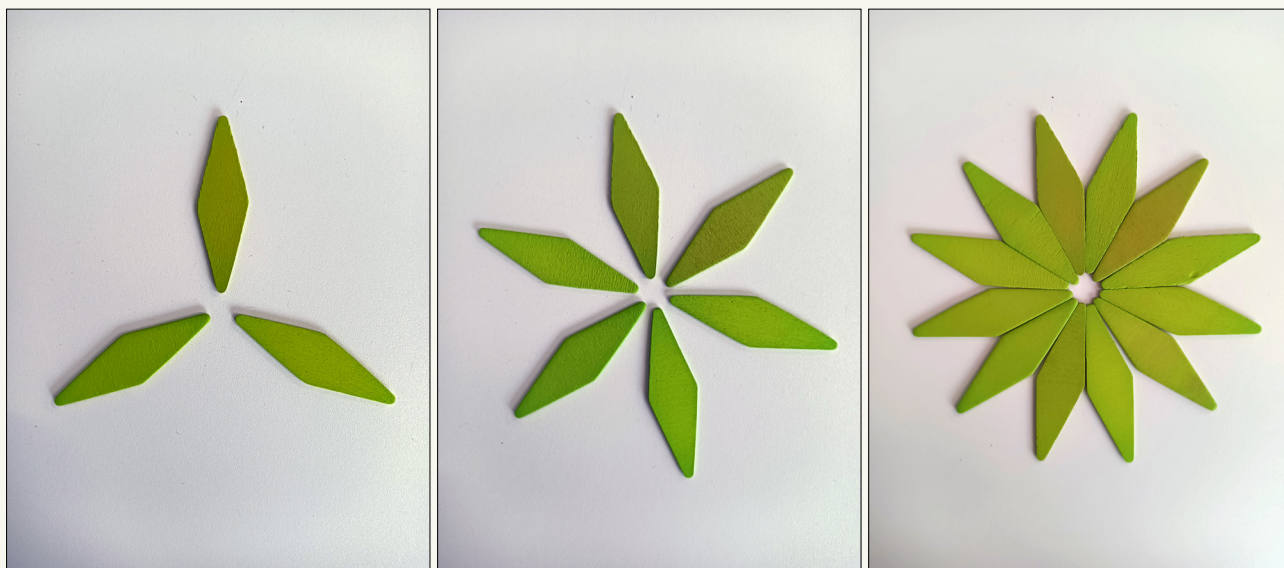
Sessió 3

Activitat 7: L'angle de gir. Durada: 40 min.

En aquesta activitat ens centrarem més en la part intuïtiva del gir i amb els angles, que és allò que hem treballat. No estem encara en la fase de teorització o abstracció. Per tant, l'objectiu és trobar el punt de gir (que sempre serà el centre) i trobar l'angle de gir (amb el que hem treballat els darrers tres dies, ho han de relacionar de manera àgil). Podeu tenir eines de suport i de seguretat (plantilla polar, transportador...).

Si porteu els blocs geomètrics (Pattern Blocks) a l'aula, procureu que les figures semblants tinguin el mateix color que al guió de l'activitat. Si no tenen el mateix color, i en funció de la diversitat que hi hagi a l'aula, pot confondre algun alumne.

D'altra banda, els darrers girs tenen un hexàgon groc. Podeu demanar què passa si l'hexàgon es queda fix o si l'hexàgon també gira. No varia la forma. Les figures han de ser no regulars.



Sessió 4

ACTIVITATS D'APLICACIÓ I TRANSFERÈNCIA

Com a activitat d'aplicació i transferència, es proposa fer una fotografia d'una figura generada mitjançant els girs i fer-ne una anàlisi completa amb tot el que hem treballat els tres dies anteriors.

Activitat 8: Fem una fotografia? Podem recordar les fonts de les imatges del primer dia (natura, tècnica, arquitectura, disseny...).

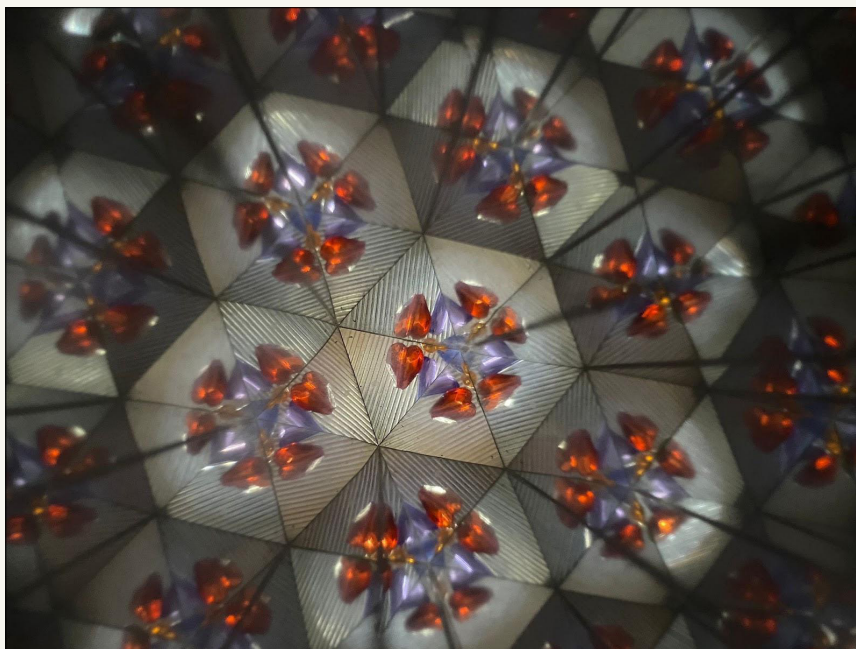
La proposta és deixar uns dies perquè facin les fotografies i planificar un dia, posteriorment, per redactar les característiques globals a l'aula. Per a una bona gestió del temps, es pot demanar la fotografia durant la segona sessió i, quan arriba aquesta sessió, ja poden tenir tots les fotos i fer les sessions següents.

En funció del que hagueu treballat a l'aula, es podria ampliar reproduint la imatge al GeoGebra i conèixer la funció del gir.

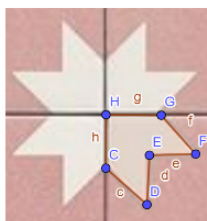
És cert que és complicat fer l'activitat de GeoGebra amb les seves fotografies, perquè la perpendicularitat necessària per sistematitzar els girs no sempre és fàcil d'aconseguir. Per tant, si voleu fer l'activitat del GeoGebra sense que ells hagin de fer les fotografies, teniu una borsa de fotografies (paper d'origami, elements decoratius, catàleg d'embellidors de roda de cotxe...) perquè facin directament l'activitat del GeoGebra.

Sessió 4

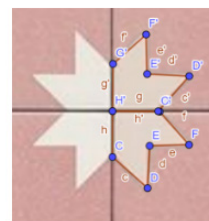
Alguns exemples:



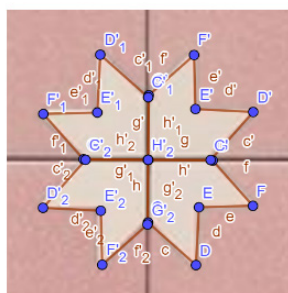
1: Definim els nostres punts de la figura (de forma aproximada)



2: Fem el primer gir, de 90° segons el punt H.



3: Fem dos girs més, un de 180° i l'altre de 270°

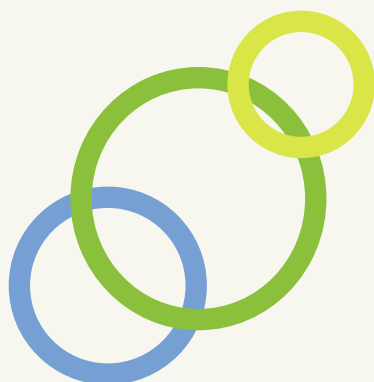
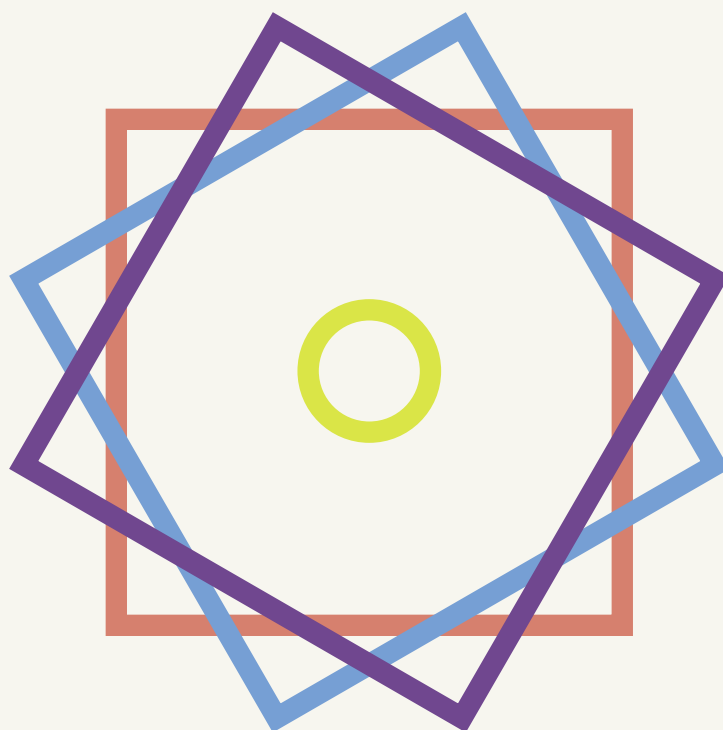


4: Fem una carpeta per agrupar l'estrella.

Estrelleta1 = {pol1, pol2, pol3, pol4} $\vdots$
 = {0.1, 0.1, 0.1, 0.1}

5: Ara que tenim la nostra figura agrupada, fem una seqüència i li apliquem una translació segons el vector u

Per al docent, indicacions sobre seguiment i avaluació



Tal com heu anat veient, la majoria d'activitats tenen un tancament de metacognició, una rutina de pensament. Sempre el mateix. Amb aquesta rutina, es pretén automatitzar que reflexionin sobre què han après i com ho han après. I que el professorat rebi també aquesta informació perquè pugui redirigir les classes.

L'activitat d'aplicació i transferència és una molt bona orientació com a activitat d'avaluació.

Una altra bona activitat d'avaluació és tornar a oferir les imatges de la primera sessió i que ara les hagin de tornar a descriure. Han ampliat vocabulari?, són més precisos?, han afinat la descripció?

Connexions, recursos addicionals i referències

Connexions

Aquesta activitat connecta diversos sabers del currículum. D'una banda, a la primera sessió s'estableixen connexions amb el sentit numèric a través del treball de les fraccions i amb el sentit espacial pel que fa a la classificació dels polígons i la determinació d'angles. De l'altra, a la segona i tercera sessió es connecta amb el sentit algebraic, identificant patrons i resolent equacions senzilles. Finalment, a la quarta sessió també es connecta amb el sentit espacial: construcció de formes geomètriques amb diferents eines, com ara materials manipulables, instruments de dibuix, programes de geometria dinàmica, realitat augmentada, etc.

Referències

L'activitat de les agulles dels angles està basada en [aquesta](#) de recursos oberts del govern de Canàries.

El cercle d'angles està inspirat en el cercle de fraccions.

Recursos addicionals

[Campanya Laboratori de matemàtiques del CREAMAT](#) amb activitats sobre angles, triangles i polinomis doblegant paper.

Com s'estira l'activitat

- El pas següent pot ser entrar en el GeoGebra. En funció del punt de partida de l'alumnat, es pot conèixer la funció gir, la funció seqüència... Es pot intentar reproduir frisos que tinguin rotacions. Balcons i detalls del modernisme en tenen molts.
- Fer fotografies d'angles (vigilar que sigui en 2D o esmentar i treballar les 3D) i veure com el canvi de perspectiva modifica l'angle.
Aquestes activitats es poden recuperar quan es treballin les transformacions i contextualitzar-les llavors.
- **Kinetic Light Painting**. Si al centre educatiu feu projectes transversals o hi ha un vessant artístic reforçat, conèixer i intentar reproduir aquest tipus d'imatges pot reforçar les connexions externes de les matemàtiques. Aquí en podeu trobar el [tutorial](#) i alguns [exemples](#).
- Finalment, a 1r de Batxillerat, es plantegen les matrius d'isometria i els girs; en el pla és una de les matrius senzilles d'aplicar.

Elements organitzatius

Nivell: 2n d'ESO

Temporització: 4 sessions de 90 minuts

Agrupaments: individual, parella, grup de quatre, gran grup.

Material:

- Blocs geomètrics (Pattern Blocks)
- Cercle d'angles
- Rellotge d'angles
- Cercle de fraccions

Elements curriculars

Competències específiques

C2. Argumentar la idoneïtat de les solucions d'un problema, avaluant les respostes obtingudes a través del raonament i la lògica matemàtica, per verificar la seva validesa i generar noves preguntes i reptes.

C3. Formular conjectures senzilles o problemes, utilitzant el raonament i l'argumentació, la creativitat i les eines tecnològiques, per integrar i generar nou coneixement matemàtic.

C5. Connectar diferents elements matemàtics relacionant conceptes, procediments, arguments i models per desenvolupar una visió de les matemàtiques com un tot integrat.

C7. Comunicar i representar, de forma individual i col·lectiva, conceptes, procediments i resultats matemàtics usant el llenguatge oral, escrit, gràfic, multimodal i la terminologia matemàtica apropiada, per donar significat i permanència a les idees matemàtiques.

C9. Desenvolupar destreses socials, com la cooperació, participant activament en equips de treball inclusius reconeixent la diversitat i el valor de les aportacions dels altres, per compartir i construir coneixement de matemàtic de manera col·lectiva.

Sabers

Sentit de la mesura

→ Mesurament

Selecció i ús d'instruments (analògic o digital) i unitats adequades per mesurar de manera directa diferents magnituds de l'entorn.

→ Estimació i relacions

Formulació de conjectures sobre mesures o relacions entre aquestes basades en estimacions.

Sentit espacial

→ Formes geomètriques de dues i tres dimensions

Construcció de formes geomètriques amb diferents eines: materials manipulables, instruments de dibuix, programes de geometria dinàmica, realitat augmentada, etc.

→ Moviments i transformacions

Anàlisi de transformacions elementals com girs, translacions i simetries en situacions diverses utilitzant eines tecnològiques i/o manipulatives.

Elements curriculars

Sentit algebraic

→ Patrons

Patrons: identificació i comprensió, determinant la regla de formació de col·leccions numèriques o gràfiques.

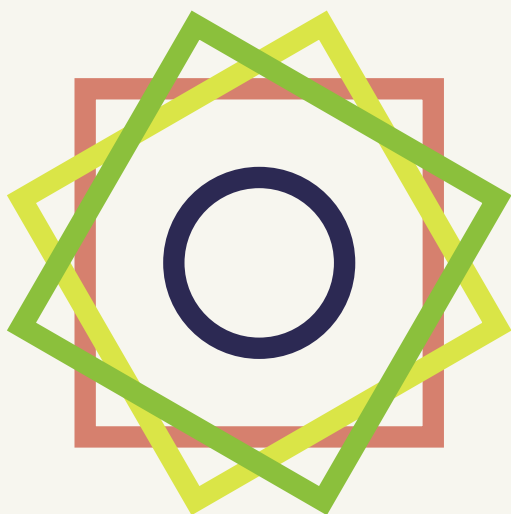
Sentit socioemocional

→ Treball en equip i presa de decisions

Ús d'estratègies de gestió i presa de decisions adequades per resoldre situacions pròpies del treball en equip.

Criteris d'avaluació

1. Construir i expressar amb coherència idees i raonaments que permetin justificar la validesa dels angles obtinguts (basat en el criteri 2.1).
2. Fer conjectures matemàtiques senzilles de manera autònoma i raonada en el context d'angles i girs fent ús del GeoGebra (basat en el criteri 3.2).
3. Identificar i usar les connexions entre els angles i les fraccions d'un cercle quan s'extreu informació d'una d'aquestes per aplicar-la a l'altra (basat en el criteri 5.1).
4. Reconèixer i relacionar connexions entre diferents angles i girs a través de situacions de la vida quotidiana per treure'n conclusions i tenir una visió integrada de les matemàtiques (basat en el criteri 5.2).
5. Comunicar informació de manera organitzada, utilitzant el llenguatge matemàtic adequat, oralment i per escrit, per descriure, explicar, justificar raonaments, procediments i conclusions (basat en el criteri 7.1).
6. Ajudar a identificar errors i dificultats d'aprenentatge de les companyes i companys fent aportacions constructives i concretes que puguin ajudar a superar-los i a millorar (basat en el criteri 9.4).



FLORENCE

PER A LA MILLORA DE LES MATEMÀTIQUES

