

La meva diana de tres colors

LA PARTICIÓ DE LA UNITAT

Guies
didàctiques
per a la millora
de la competència
matemàtica.
Secundària

SANTI VILCHES LATORRE



FLORENCE
PER A LA MILLORA DE LES MATEMÀTIQUES

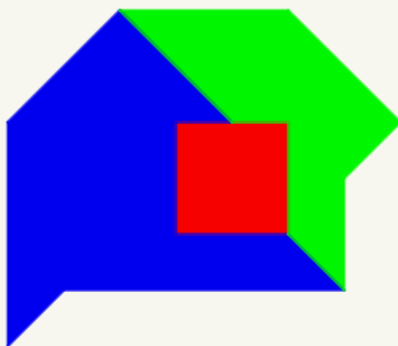


Generalitat de Catalunya
**Departament d'Educació
i Formació Professional**

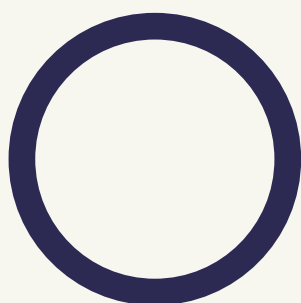


Descripció de l'activitat

La representació escrita de les fraccions $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{7}$, etc. s'utilitza per expressar conceptes diferents. La partició de la unitat, la proporció, la probabilitat, el percentatge... Aquest fet genera confusions conceptuals significatives. En aquesta guia didàctica hem optat per desenvolupar totes les fases de l'aprenentatge. Partirem del concepte intuïtiu de la fracció com a partició de la unitat per anar construint el seu ús en altres contextos conceptuals. Per fer-ho, partirem de la fotografia matemàtica per passar a l'anàlisi del càlcul de la fracció o proporció de petits dibuixos de colors per acabar dissenyant una diana a partir de particions creatives de la unitat. Analitzarem aspectes bàsics de les fraccions, les proporcions i la probabilitat observant les propietats observades en l'ús de les dianes que ha dissenyat el mateix alumnat. És important dir a l'alumnat que la proposta va de dissenyar una diana de colors, però que cal adquirir alguns coneixements previs per tal de poder-la fer bé.



Per a l'alumnat, enunciat/presentació de l'activitat



Sessió 1 i 2

ACTIVITAT INICIAL

01 La meva foto d'una fracció

Aquesta és una activitat inicial en la qual volem saber quina idea té l'alumnat sobre les fraccions. Hauran de fer una foto d'una fracció, l'hauran de descriure i aplicar llenguatge matemàtic.

Sessió 3 i 4

ACTIVITATS DE DESENVOLUPAMENT

02 Les fraccions de colors

En aquest apartat no hi ha fotocòpies ni material per a l'alumnat. Serà tot presentat pel docent. L'alumnat, en aquestes sessions, ha d'elaborar dos tipus de documents:

- **Fitnes.** *Activitats per practicar i aprofundir aspectes conceptuals, és a dir, exercicis.*
- **Bases d'orientació** o esquemes detallant continguts que s'han après. Aquests documents l'alumnat els ha de guardar en fundes de plàstic per tal d'utilitzar-los quan faci falta.

Sessió 5, 6, 7 i 8

ACTIVITATS DE SÍNTESI I ESTRUCTURACIÓ

03 La meva diana de tres colors

Aquesta serà l'activitat principal d'aquesta proposta en la qual cada estudiant haurà de dissenyar i construir una diana de tres colors.

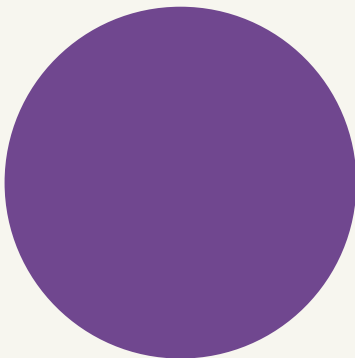
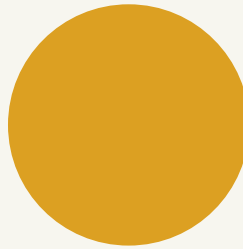
Sessió 9

ACTIVITATS D'APLICACIÓ I TRANSFERÈNCIA

04 Tornem a fer fotos?

Un cop s'ha treballat a fons el concepte de fracció des de diferents punts de vista, tornem a demanar fotos de fraccions, en aquest cas, una partició de la unitat, una proporció i una probabilitat. Caldrà que comentin les fotos seguint el guió proposat.

Per al docent, recomanacions per a l'acompanyament i gestió de l'activitat



Sessió 1 i 2

ACTIVITAT INICIAL

01 La meva foto d'una fracció

Aquesta és una activitat inicial en la qual volem saber quina idea té l'alumnat sobre les fraccions. Segur que a primària han treballat el concepte i volem saber quina imatge conceptual en tenen. Ens interessa molt que treballin d'una manera autònoma (ja que partim de coneixements previs) i individual. Hauran de fer una foto d'una fracció, l'hauran de descriure i aplicar llenguatge matemàtic. Farem preguntes per reflexionar sobre el concepte i ens interessa que, al final de l'activitat, entenguin que una fracció, inicialment, es defineix com a partició de la unitat; per tant, hem de tenir clar quina és la unitat, com ha estat partida i quants trossos tenim. És important evitar explicar conceptes; és millor fer preguntes que facin construir el coneixement per part de l'alumnat.

1. Activitat prèvia. La foto

Abans de començar la situació d'aprenentatge (SA) es demanarà a l'alumnat que, a casa, faci una foto d'una fracció i que la pengi a la plataforma digital amb què es treballa al centre. És important NO donar cap mena d'informació ni mostrar cap exemple. Es dirà a l'alumnat que no val buscar res a internet, han de fer la seva pròpia foto de fracció de manera lliure i creativa! També és molt important que l'activitat sigui totalment individual. No val fer una foto entre dos alumnes.

Si es vol fer la foto a classe, caldrà portar objectes diversos, com per exemple, caps buides de cartró, plats de cartró, cigrons, llapis, algun rellotge d'agulles... Qualsevol material susceptible de ser manipulat per tal de fer una foto. En tot cas, és millor que la facin a casa per aconseguir que cada alumne mostri allò que creu que és una fracció per evitar influir en la producció ni distorsionar la imatge prèvia que tenen del concepte.

2. Presentació de l'activitat

El docent presenta l'activitat de manera oral. Explica què han de fer i només facilita un esquema per fer l'**informe** de l'activitat. L'activitat consisteix a:

- Fer una foto d'una fracció (activitat de deures prèvia o feta a classe).
- Escriure una definició de fracció.
- Explicar-la.
- Explicar com es representa matemàticament (amb quina notació).
- Fer una anàlisi de la foto.

Sessió 1 i 2

3. L'article

De manera individual, cada alumne ha de redactar un petit article (informe) en el qual caldrà:

- Escriure una definició de fracció de manera lliure. No passa res que cada alumne escrigui una cosa totalment diferent. És molt important no intervenir. Tot i que la definició l'han d'escriure de manera individual, si l'alumnat, de manera autònoma, comparteix idees amb els companys del grup no intervindrem i els deixarem fer. Per fer la definició, facilitarem a l'alumnat l'esquema següent:

fracció. Una fracció és un concepte matemàtic que consisteix en..... i que serveix per....., com per exemple..... Per escriure fraccions en matemàtiques, fem..... (De moment no corregim l'activitat.)

- **Descripció de la foto**

Pot ser molt recomanable imprimir les fotos i treballar amb paper i boli. La foto ha de ser individual, però és bo que tots puguin veure les fotos dels companys. També pot ser interessant penjar les fotos per les parets. En tot cas, a l'informe hauran de fer una descripció. Aquí podem veure quin vocabulari utilitzen (*tallar, repartir, a dalt, a baix, agafem, hem menjat, sobren*). Aquest vocabulari ens hauria d'ajudar després a parlar de *denominar* i *numerar*...

- **Representació matemàtica i notació**

En principi sabran que una fracció s'escriu amb dos nombres posats un a dalt i un a baix separats per una petita línia.

En aquest apartat, la gestió del professor o professora serà indicar oralment que posin què representa el nombre de baix i què el de dalt. En tot cas, el professor no ho diu, sinó que ho pregunta, i han de ser els alumnes els que decideixin la resposta.

- **Anàlisi de la foto**

(a sota s'explicarà com fer aquesta anàlisi)

Sessió 1 i 2

4. Què és el que probablement faran

La producció de l'alumnat depèn molt dels coneixements previs i de com s'ha treballat a primària. En principi podem esperar fotos conceptualment similars a les següents:

→ La foto d'una partició de la unitat



En aquest cas parteixen una unitat en parts iguals i n'agafen algunes. Aquesta és la foto que ens interessa en aquesta primera activitat per tal de treballar les fraccions com a particions de la unitat. Òbviament, les fotos mostrades representen, respectivament, $3/4$ i $1/4$.

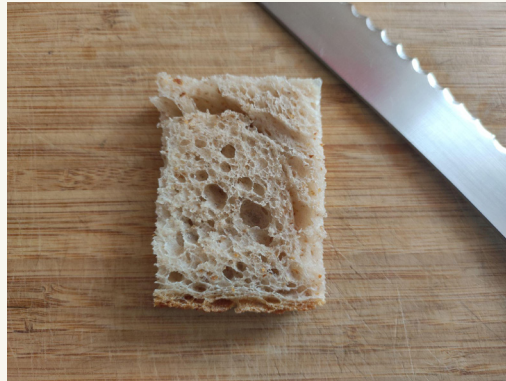
→ La foto de la representació escrita de la fracció



Aquest tipus de fotos són molt habituals. Confonen el concepte amb la representació del concepte. És a dir, fotografien literalment 3 a una banda i 5 a una altra per tal de representar la fracció $3/5$.

Sessió 1 i 2

→ La foto d'una partició indeterminada en què no queda clara quina és la unitat.



En aquesta foto es veu una fracció de llesca, però quina és la unitat de la qual ha estat tallada? No podem determinar quina fracció concreta representa perquè no resulta possible saber quina era la unitat. Si la unitat era la llesca sencera, com era la llesca? Ha estat tallada en parts iguals? No podria ser que la unitat sigui el pa sencer?

→ Fracció d'una unitat confusa



Aquí veiem $\frac{1}{3}$ de got, però la unitat de mesura dels líquids és el litre. Ens preguntem quina és veritablement la unitat.

Sessió 1 i 2

→ La foto d'un rellotge



Els rellotges i les pizzes són els dos contextos que ajuden més a entendre el concepte de fracció, ja que és una partició de la unitat que es té molt interioritzada.

→ La foto d'una proporció



En aquesta foto veiem una proporció $\frac{2}{6}$, ja que tenim 2 avellanes pelades d'entre les 6 que hi ha. Habitualment utilitzem les fraccions per expressar proporcions, però en aquest cas no hi ha cap partició de la unitat; és un concepte diferent que barregem amb la partició de la unitat com si fos el mateix, però no ho és. Gairebé segur que cap alumne farà una foto com aquesta, i si algú la fa segurament la relacionarà amb la fracció $\frac{2}{4}$ entenent que hi ha 2 a una banda i 4 a l'altra, i confondran una vegada més la fracció amb la seva representació.

Sessió 1 i 2

5. L'anàlisi de la foto

En aquesta part pretenem que l'alumnat relacioni les fraccions amb les particions de la unitat. Per aconseguir-ho, li formularem preguntes que l'ajudin a reflexionar. En funció de les fotos rebudes, haurem de fer més preguntes o potser unes altres. Aprofitem les preguntes que reforçar el significat de les paraules *numerador* i *denominador*. Algunes preguntes que podem fer són, per exemple:

- En la teva foto, hi ha un objecte que ha estat tallat?
- Quin és aquest objecte? (aquest objecte és la unitat)
- En quantes parts ha estat tallada la unitat? (aquest valor és una descripció, una *denominació*, per això aquest valor l'anomenarem *denominador*)
- Quantes parts es poden veure a la foto? (aquests trossos són els que tenim, per tant els podem comptar o numerar, per això s'anomena el *numerador*).

6. Repetim l'activitat

És important no donar mai el missatge de “la teva foto està malament”. Totes les fotos estan bé i les aprofitarem més endavant, però ara volem treballar amb fotos que representin la partició de la unitat; per tant, cal que tot l'alumnat faci una altra foto que representi la partició de la unitat en la qual pugui contestar adequadament a totes les preguntes de l'anàlisi de la foto.

En aquest moment, si es considera oportú, es pot mostrar algun exemple.

7. Mirem i comentem fotos

Projectem o mostrem les fotos de l'alumnat i cadascú contesta per escrit a les preguntes:

- Qui ha fet la foto?
- Quina és la unitat?
- En quants trossos s'ha dividit? (denominem)
- Són tots els trossos iguals?
- Quants trossos hi ha? (numerem)
- Quina expressió matemàtica representa la foto?

Sempre és millor treballar sobre les produccions de l'alumnat, però en cas que facin falta analitzar més fotos es poden analitzar les de <https://fotografiamatematica.cat/tag/fraccions/>

Sessió 1 i 2

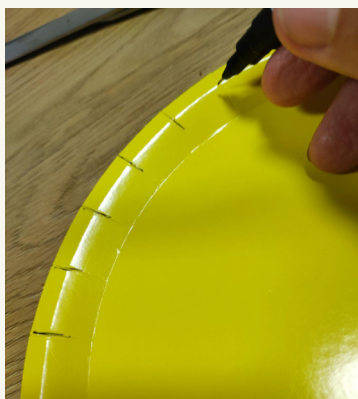
8. Comentaris per a l'avaluació

L'avaluació és una eina educativa més i el seu objectiu fonamental és regular l'aprenentatge. En aquest sentit, el pes de l'activitat no està en la qualitat de la foto, sinó en la qualitat de la reflexió. L'alumnat ha de ser capaç de contestar les preguntes de l'anàlisi de les fotos d'una manera reflexiva que li permeti entendre que una fracció és la partició d'una unitat, així com el significat del numerador i denominador. L'observació d'aquest aprenentatge en el context de la foto en les respostes de les preguntes (independentment de la qualitat de la foto) pot ser una bona informació per recollir per part del docent.

9. Si volem anar més enllà

Una bona activitat per aprofundir amb les fraccions pot ser continuar treballant amb fotografies. Podem portar plats de paper de la mateixa mida i diferents colors.

En primer lloc es graduen els plats en parts iguals:



Fem un tall resseguint un radi en cada un dels plats

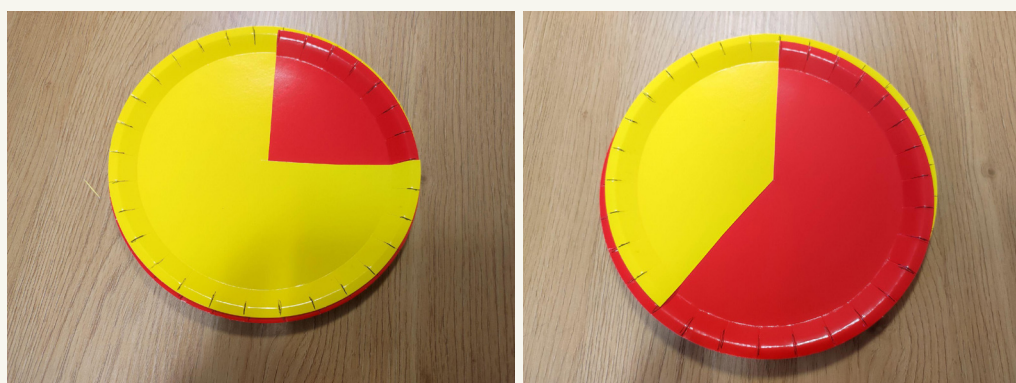


Sessió 1 i 2

Superposem els plats i, fent-los girar, obtenim imatges de fraccions:



Ara podem plantejar activitats de tot tipus sobre sumes, restes, equivalència de fraccions, etc. Per exemple, quina fracció de vermell hi ha si ajuntem el vermell de les dues fotografies següents?, per què?



Sessió 3 i 4

ACTIVITATS DE DESENVOLUPAMENT

02 Les fraccions de colors

En aquest conjunt d'activitats anirem construint el coneixement treballant les fraccions com a partició de la unitat, com a proporció (d'àrees i numèriques) i com a probabilitat. El que fem és aproximar-nos a poc a poc a les característiques que haurà de tenir el producte principal de la SA, el disseny creatiu d'una diana de tres colors, aprofundint en l'aprenentatge conceptual de les fraccions.

Entenem que en aquest apartat l'alumnat ha d'elaborar dos tipus de documents:

- **Fitnes.** *Activitats per practicar i aprofundir aspectes conceptuals, és a dir, exercicis.*
- **Bases d'orientació** o esquemes detallant continguts que s'han après. Aquests documents l'alumnat els ha de guardar en fundes de plàstic per tal d'utilitzar-los quan faci falta.

La manera de plantejar les activitats ha d'estar dirigida pel professor o professora que mostra un exemple, fa algunes preguntes i demana a l'alumnat que elabori un exercici similar a l'exemple. Després disposarem de tants exercicis com alumnes hi hagi a la classe. En cas que no vulguem fer tants exercicis, es triaran per atzar, de manera que cap alumne en quedi discriminat. El protagonisme serà sempre de l'alumnat.

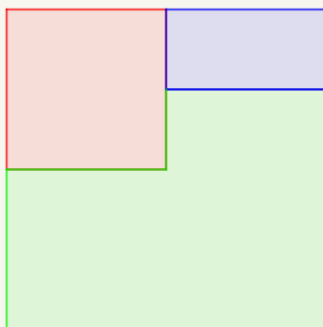
Cal tenir en compte que aquestes activitats no són la part principal de la SA, sinó que és una reflexió conceptual. Per tant, hem d'anar relativament ràpids, un parell o tres de sessions. Els exemples que facin els alumnes han de ser relativament senzills, ja que més endavant es farà una diana molt més complexa.

Temporització: 2 hores

1. El quadrat de colors

L'activitat es presenta oralment, no cal fer fotocòpies ni mostrar documents amb enunciats.

- La professora o professor dibuixa a mà a la pissarra o a la PDI el següent quadrat dividit en colors. S'ha de resoldre per escrit el que es demana en fulls o en una llibreta quadriculada.



Sessió 3 i 4

- En quantes parts iguals s'ha hagut de dividir el quadrat per fer aquest dibuix? (denominem)
 - Quantes parts li correspon a cada color? (numerem)
 - Quina fracció correspon a cada color?
 - Quina és la fracció irreductible de cada color?
- Demanem que cada alumne faci un dibuix similar dividint un quadrat en tres colors i contestant les tres mateixes preguntes sobre el seu quadrat de colors:
- En quantes parts iguals s'ha hagut de dividir el quadrat per fer aquest dibuix? (denominem)
 - Quantes parts li correspon a cada color? (numerem)
 - Quina fracció correspon a cada color?
 - Quina és la fracció irreductible de cada color?
- Direm a l'atzar alguns alumnes. Els alumnes seleccionats dibuixen el seu quadrat, però ara la pregunta que fem és:
- Quina és la fracció que correspon a cada color? Per què?

En activitats com aquesta que són senzilles cal donar protagonisme a tot l'alumnat, sobretot els nois i noies que requereixen mesures de suport. En tot cas, triar-los a l'atzar és una bona opció que es pot fer utilitzant eines divertides, com per exemple <https://classroomscreen.com>.

Cal deixar que l'alumnat faci qualsevol tipus de proposta, encara que sigui absurda (divisions amb línies inclinades o amb corbes). En aquests casos, les propostes dels mateixos estudiants es converteixen en reptes a resoldre que es poden deixar per a més endavant quan tinguem més coneixements.

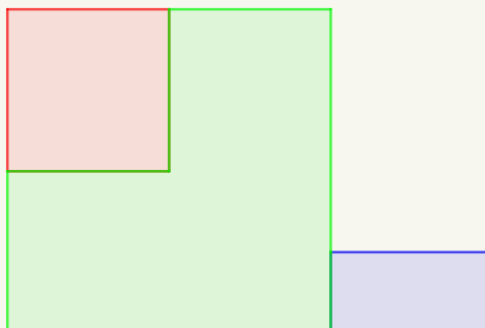
És important vetllar per la qualitat del que escriu l'alumnat i prioritzar el seu aprenentatge. Aquesta la considerem una activitat *fitnes* que serveix per consolidar el concepte de fracció com la partició de la unitat en un cas en què la unitat és molt clara, el quadrat. Això no fa que no tinguem cura del que fan. La importància rau a observar com responen a la pregunta: Quina és la fracció que correspon a cada color? Per què?

També és important en aquesta activitat veure que una fracció es pot expressar de moltes maneres i que n'hi ha una d'irreductible. En l'exemple, el quadrat vermell el podem expressar com $\frac{2}{8}$ o també $\frac{1}{4}$. Pot ser que algun alumne utilitzi la quadrícula per posar una fracció amb valors superiors.

Sessió 3 i 4

2. La figura de colors

D'una manera semblant a l'anterior, dibuixem a la pissarra la **figura** següent:



- Demanem que a la llibreta dibuixin i contestin la pregunta:
 - Quina és la fracció que correspon a cada color? Per què?
- Un cop tots han contestat la pregunta, farem un debat per veure quina és la millor resposta.
- Demanem que cada estudiant dibuixi una figura qualsevol dividida en tres colors, però que tingui la capacitat de contestar la pregunta:
 - Quina és la fracció que correspon a cada color? Per què?
- Triem a l'atzar algunes produccions de l'alumnat i tots dibuixem la figura i contestem la mateixa pregunta.

És molt important regular la intervenció del professor o professora i deixar que en grups de quatre discuteixin quina és la millor resposta. En cas que hi hagi diversitat d'opinions, cada alumne ha de contestar segons el que pensi.

Un cop han contestat, farem un debat. L'interès d'aquest debat és desenvolupar la capacitat de parlar de matemàtiques utilitzant el llenguatge correcte, és per això que la intervenció de la professora o professor ha de ser moderar sense intervenir –només intervindrà si tots han donat la mateixa resposta. En aquest cas, farà una pregunta del tipus: i si...? En principi, podem esperar dos tipus de respostes: una en què consideren que la unitat és el quadrat i una altra en què consideren que la unitat és la figura següent:



Sessió 3 i 4

La conclusió a què hem d'arribar al final és que quan les fraccions fan referència a la partició d'un objecte (una unitat) hem de tenir molt clar quin és aquest objecte. Si la unitat és el quadrat, tindrem l'aparent paradoxa en què tenim pintat una quantitat superior a la unitat (que pot ser); en el cas que considerem que la unitat sigui la figura irregular, la resposta seria diferent i la suma de fraccions dels colors serà 1.

Les dues respostes són vàlides, però la conclusió és que és imprescindible determinar clarament quina és la unitat.

Els direm que, en fer la seva versió de la figura de tres colors, poden considerar qualsevol figura geomètrica com a unitat. En aquest cas ens trobarem amb un bon recull de reptes, alguns d'ells molt interessants.

Tenir propostes complexes és imprescindible per arribar a conclusions interessants. L'afany de protagonisme de l'alumnat i les ganes d'aprendre que sens dubte tenen faran que alguna de les propostes sigui francament complexa. En el cas que no sigui així, cal provocar que algun alumne faci alguna cosa més difícil. En tot cas, no seria bo aturar-nos gaire en aquesta activitat, ja que en l'activitat principal, "el disseny de la diana", repetirem la mateixa idea.

Per trobar la fracció d'una figura difícil, possiblement haurem d'arribar a la conclusió que la partició que hem de fer és justament agafar cada un dels quadradets del full quadriculat o fins i tot un càlcul de quants quadradets hi ha. És a dir, el que haurem d'acabar fent és calcular l'àrea de cada color i dividir-la entre l'àrea total. D'aquesta manera, podrem arribar a la conclusió que:

$$\text{Fracció d'un color} = \text{Proporció d'aquest color} = \frac{\text{Àrea del color}}{\text{Àrea total de la figura}}$$

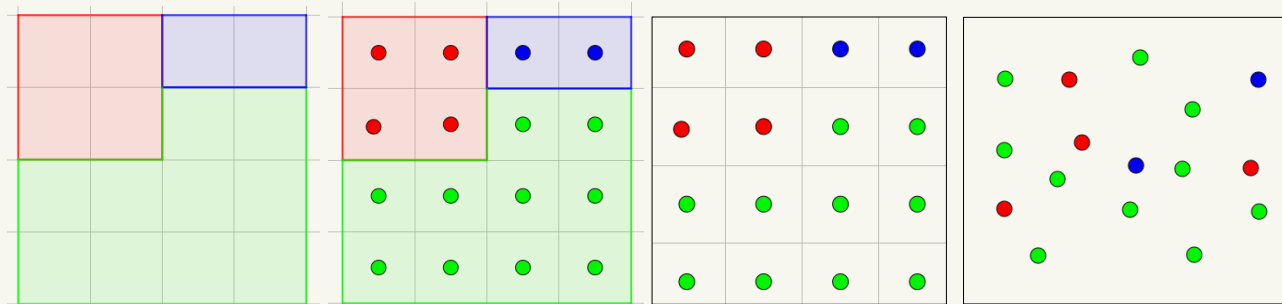
La capacitat de resoldre els problemes que s'esdevinguin d'aquesta conclusió dependrà de la capacitat de calcular àrees de l'alumnat. Pot ser un bon moment per introduir o repassar alguns d'aquests càlculs i, fins i tot, de trobar fraccions de figures corbes utilitzant l'àrea del cercle o del sector circular, sempre que el professor o professora ho consideri oportú.

També hem d'anar introduint vocabulari i aclarir-ne el significat; per exemple, *proporció*.

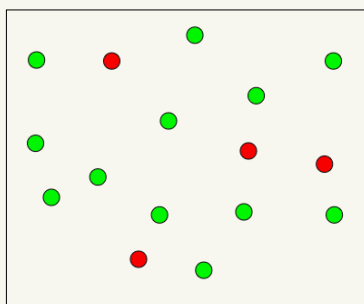
Sessió 3 i 4

3. Les proporcions també són fraccions?

→ Mostrem aquestes quatre imatges als estudiants i formulem les preguntes següents:



- Quina és la fracció (partició de la unitat) de vermell en la primera imatge?
 - Quina és la proporció de vermell en la primera imatge?
 - Quina és la proporció de punts vermells en cada una de les tres imatges?
 - Una proporció (última imatge) és una partició de la unitat? En cas afirmatiu, quina és la unitat?
 - Per les similituds que hi ha entre les particions de la unitat i les proporcions, podem escriure amb dos conceptes amb una fracció. En el cas de la proporció de l'última imatge, què "denomina" el denominador i què "numera" el numerador?
- Cada alumne dibuixarà un conjunt de punts de tres colors i escriurà quina és la proporció de punts de cada color.
- Triarem algun alumne i demanarem que dibuixi la seva proporció de punts. En aquest cas, triarem algun alumne que tingui una proporció expressada amb una fracció reduïble per tal d'obrir una discussió a la classe.
- Ara obrim un nou debat a la classe. Demanem que observin aquesta imatge:

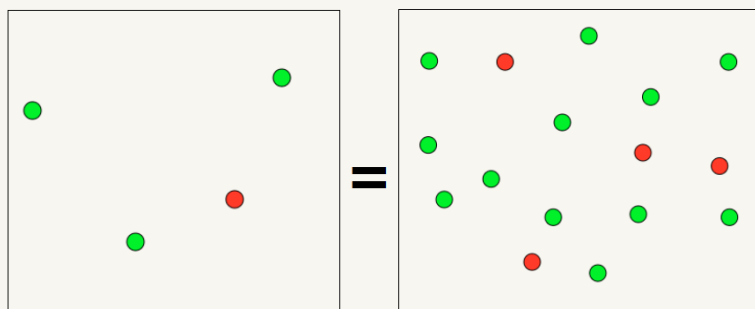


- És correcte dir que en aquesta imatge una de cada

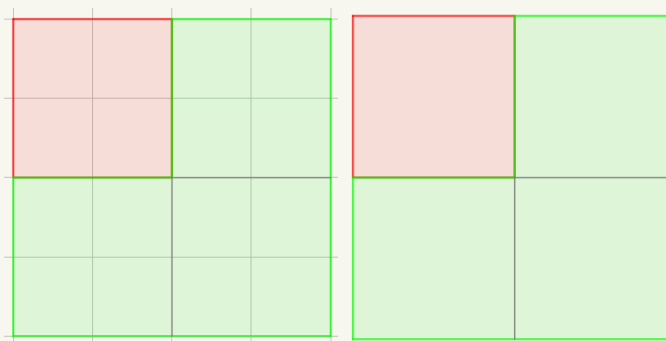
Sessió 3 i 4

quatre fitxes són vermelles?

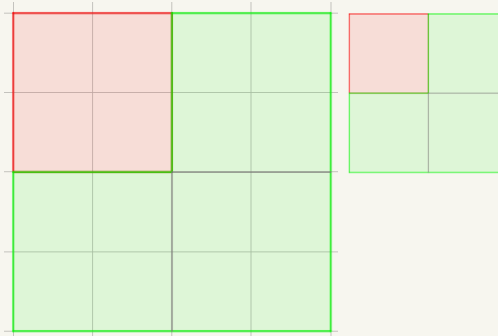
- Podem dir que en aquesta imatge la proporció de vermelles és $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$?
- Vol dir això, que la igualtat següent és certa?



Quan treballem amb fraccions en el context de les proporcions ens trobem amb aparents paradoxes importants que generen moltes confusions entre l'alumnat. Per exemple, amb la partició de la unitat és fàcil veure que aquestes dues imatges són equivalents i, per tant, la part vermella és exactament la mateixa: $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$



Això no vol dir que en les dues imatges següents la part vermella sigui la mateixa:



I això és perquè fan referència a unitats diferents. En el marc de la partició de la unitat, és força intuïtiu entendre que les fraccions només es poden relacionar si fan referència a la

Sessió 3 i 4

mateixa unitat. En canvi, en les proporcions no tenim aquest paral·lelisme, ja que “la unitat” és un conjunt d’objectes que es poden reagrupar però no partir. Això genera errors conceptuals greus. Per exemple:

- *En una classe la proporció de noies és de $\frac{10}{23}$ i en una altra classe és de $\frac{15}{21}$. La proporció de noies entre les dues classes serà de $\frac{10}{23} + \frac{15}{21} = \frac{10+15}{23+21}$?*
- *Com que $\frac{1}{3} = \frac{100}{300}$. És el mateix que em mengi un dels tres xupa-xups que hi ha un calaix o 100 dels 300 que hi ha en un altre calaix?*

Les relacions (sumes equivalències...) de les fraccions en el context de les proporcions s’han de fer sempre sobre el mateix conjunt d’objectes, respectant el principi de “partició de la unitat”. En aquest cas, si la unitat és “la classe d’alumnes” i 1 de cada 4 prefereixen les pomes i 1 de cada 6 prefereixen les taronges, podrem saber quina és la proporció d’alumnes als quals els agrada la fruita, fins i tot sense saber quants alumnes hi ha a la classe; sols cal sumar les proporcions equivalents sobre una quantitat (denominador) igual. Això no vol dir que si en una classe 1 de cada 4 li agraden les pomes a l’altra classe 1 de cada 4 també li agraden les pomes; si ajuntem les classes, 2 de cada 4 els agraden les pomes. Ni tan sols podem saber si seran 2 de cada 8.

Aquestes activitats són aparentment molt senzilles, però a la vegada plantegen uns dilemes conceptuals no trivials. Es recomana conduir el debat i ajudar a arribar a conclusions sensates. Cal intentar que siguin els mateixos alumnes els qui arribin a les conclusions, fent un recull d’idees a la pissarra que tots hauran de passar a una base d’orientació:

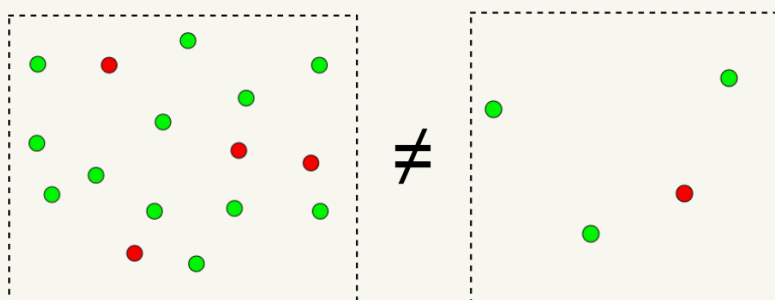
- Les fraccions es van definir, originalment, per expressar les particions de la unitat. Per exemple, 1/4 d’hora, 1/2 pizza.
- Quan les fraccions expressen particions de la mateixa unitat...
 - Dues fraccions equivalents representen la mateixa quantitat.
 - Es poden trobar fraccions equivalents tallant la unitat en més o menys trossos iguals.
 - Es poden sumar, però cal que la unitat estigui partida exactament de la mateixa manera, és a dir, els denominadors han de ser iguals. Si els denominadors

Sessió 3 i 4

no són iguals cal trobar fraccions equivalents amb denominadors iguals (és a dir, cal tenir la unitat tallada de la mateixa manera per tal d'estar sumant trossos idèntics de la unitat).

- També es poden multiplicar i dividir. Pot ser molt interessant en aquest punt debatre amb l'alumnat com i per què es poden multiplicar i dividir fraccions.
- Quan les fraccions expressen proporcions...

- Dues fraccions equivalents representen la mateixa quantitat només si fan referència al mateix conjunt d'objectes. Que en dos conjunts diferents hi ha una mateixa proporció no vol dir que hi hagi la mateixa quantitat. Per exemple, a una classe hi ha la mateixa proporció de noies que a l'institut, això no vol dir que hi hagi la mateixa quantitat. Per tant, aquesta equivalència és falsa:

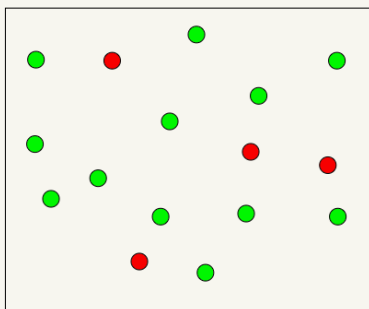


- Les fraccions que representen les proporcions de conjunts diferents no es poden sumar. De fet, si en una classe la proporció de noies és de $\frac{10}{23}$ i en una altra classe és de $\frac{15}{21}$, la proporció de noies entre les dues classes serà de $\frac{10+15}{23+21}$. (L'ús de les fraccions en el context de les proporcions genera gran quantitat d'errors entre l'alumnat que surten, en el fons, de raonaments simples aparentment correctes.)
- Només podem sumar proporcions si fan referència a atributs diferents d'un mateix conjunt.

4. La probabilitat també és una fracció?

Sessió 3 i 4

→ Mostrem de nou les imatges següents dient que representen fitxes de parxís dins una bossa:



I preguntem:

- Quina és la probabilitat d'agafar a l'atzar la fitxa vermella?
 - En el cas de la probabilitat, què “denomina” el denominador i què “numera” el numerador?
 - Podem expressar la probabilitat amb la fracció $1/4$? Per què?
 - Què “denomina” en aquest cas el 4 i què “numera” l'1?
- En el cas de la probabilitat,
- Creus que les fraccions es poden sumar? Per què? Posa'n un exemple.
- Demanem a l'alumnat que s'inventi una situació de probabilitat i l'expliqui per escrit. També demanarem que pensi (i escrigui) una pregunta i la resposta.
- Triarem a l'atzar alguns alumnes que llegeixin la seva situació de probabilitat i que facin la pregunta. Tots els companys escriuran a la seva llibreta la pregunta i la resposta.

Recomanacions per a l'acompanyament i la gestió de l'activitat

El context de la probabilitat és més senzill de raonar que el de la proporcionalitat, ja que la intuïció no ens porta a barrejar conjunts diferents. Pel que fa a la pregunta de què denomina i què numera el denominador i el numerador, hauríem d'intentar que l'alumnat contesti que en el context de la probabilitat:

$$\text{Probabilitat de fitxa vermella} = \frac{\text{Quantitat de fitxes vermelles}}{\text{Quantitat total de fitxes}}$$

En general podem dir que:

$$\text{Probabilitat} = \frac{\text{Quantitat de casos favorables}}{\text{tots els casos possibles}}$$

No es recomana insistir gaire en els exemples de probabilitat.

Sessió 3 i 4

L'objectiu és entendre que les fraccions s'utilitzen en aquest context matemàtic i veure com i per què.

Si l'alumnat no ha fet mai probabilitat, és un bon moment per introduir una mica de vocabulari i incitar a pensar exemples amb daus, monedes, jocs de cartes, etc.

5. El pas a la unitat i els percentatges

Recomanacions per a l'acompanyament i la gestió de l'activitat

Aquest apartat es recomana fer-lo d'una manera tradicional, amb una petita explicació conceptual i proposant algun exercici senzill. No és l'objectiu d'aquesta SA aprofundir en el càlcul de percentatges.

En l'explicació, comentarem a l'alumnat que moltes vegades ens interessa comparar fraccions, proporcions o probabilitats i, per fer-ho, hem de posar-les amb el mateix denominador. Una bona possibilitat és posar-les sempre amb denominador 1 (pas a la unitat), per la qual cosa només cal fer la divisió de la fracció. Per exemple:

$$\frac{1}{4} = \frac{0,25}{1} = 0,25$$

En aquest cas, sabem que 1 de 4 és el mateix que 0,25 de 1.

En el món de les fraccions i les proporcions no és habitual treballar amb decimals, per la qual cosa moltes vegades ens interessa expressar les fraccions amb fraccions equivalents sobre 100 (sobretot en les proporcions). Això ajuda molt a comparar. Per exemple, si volem comparar el nombre de fumadors d'un poble petit amb el d'una ciutat, resulta més fàcil d'entendre si diem que en un lloc hi ha 15 de cada 100 i a l'altre 18 de cada 100, en comptes de dir la quantitat total 45 en el poble petit respecte a 27.000 en la gran ciutat, o en forma de fracció $\frac{45}{300}$ respecte a $\frac{27000}{150000}$.

Per tal d'expressar les quantitats sobre 100, sols cal trobar la fracció equivalent aproximada amb denominador 100. Així, per exemple:

$$\frac{1}{4} = \frac{0,25}{1} = \frac{25}{100} = 25\%$$

Sessió 3 i 4

NOTA:

Hi ha un **error greu** que fan fins i tot molts professors i professores, que consisteix a escriure:

$$\frac{1}{4} = 0,25 \cdot 100 = 25\%$$

Aquesta expressió és falsa i errònia per dos motius: un perquè hi ha una falsa igualtat, posant que $0,25 = 25$, i l'altre perquè es fa un mal ús del símbol %, ja que 25% significa, literalment $\frac{25}{100}$, i no pas $0,25 \cdot 100$

6. La base d'orientació amb les conclusions

Presentació de l'activitat a l'alumnat

Per tancar aquestes activitats, seria bo redactar un document de conclusions amb els conceptes i el vocabulari fonamental que s'ha treballat. Aquests tipus de documents podem anomenar-los "Base d'orientació" o "Resum conceptual".

A l'alumnat li demanarem:

Redacta un document molt ben fet que reculli les idees principals que hauràs de guardar. Aquest document ha de tenir:

- La definició de fracció com a partició de la unitat.
- El significat de les paraules *denominador* i *numerador*.
- Què vol dir *fraccions equivalents* i *fracció irreductible*. Com les puc trobar?
- Una explicació de com han de ser les fraccions per poder-les sumar i per què.
- El significat de la paraula *proporció* i per què també es pot expressar com una fracció.
- Quins errors he d'evitar quan faig operacions amb fraccions que fan referència a proporcions.
- Què vol dir la probabilitat d'un esdeveniment.
- Com i per què la probabilitat també es pot expressar amb una fracció.
- Com puc passar les fraccions i les proporcions a tant per u i a tant per cent.

Sessió 5, 6, 7 i 8

ACTIVITATS DE SÍNTESI I ESTRUCTURACIÓ

03 La meva diana de tres colors

Aquesta serà l'activitat principal d'aquesta proposta en la qual cada estudiant haurà de dissenyar i construir una diana de tres colors. Caldrà que tingui controlada quina fracció de diana té cada un dels colors i, per tant, quina és la seva probabilitat. També es demanarà que trobi una puntuació a assignar a cada tros de diana, de manera que l'esperança matemàtica a utilitzar la diana sigui de fer 0 punts. D'aquesta manera, haurem d'incorporar els nombres negatius i trobar estratègies per assignar els punts adequats segons la proporció que ocupen.

1. Presentació de l'activitat

Aquesta és l'activitat principal de la SA, Hem de deixar que l'alumnat en gaudeixi i per això hem de dedicar-hi el temps necessari. És molt important veure que tot l'alumnat pot dibuixar una diana. A l'alumnat que mostra dificultats l'orientarem perquè triï una estratègia que li permeti trobar les proporcions de cada color a partir de les seves capacitats, ajustant un aprenentatge d'èxit amb estratègies individualitzades. D'altra banda, motivarem l'alumnat enginyós a trobar solucions complexes que millorin el seu aprenentatge i que serveixin de referent de màxims per a la resta de la classe.

2. El problema de l'esperança matemàtica

Les dianes reals tenen un sistema segons el qual les puntuacions mínimes estan molt prop de les més altes per tal de penalitzar aquell que intenta puntuar al màxim i no ho aconsegueix.



En el nostre cas, també podem establir un criteri similar. La idea és que hi hagi un dels colors força petits amb una puntuació alta de manera que, en intentar encertar-la, si no ho fan es penalitza; aquí està la diversió del joc. Per fer-la

Sessió 5, 6, 7 i 8

matemàticament més interessant, proposem que hi hagi puntuacions negatives al costat de les puntuacions positives, de manera que l'esperança matemàtica sigui de zero.

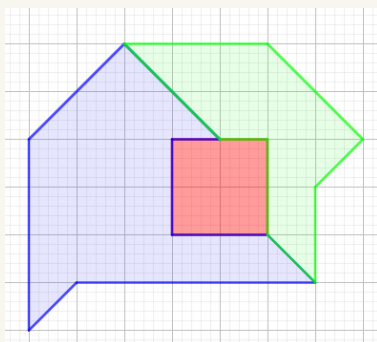
No recomanem cap mena d'explicació de com es calcula l'esperança, tan sols es recomana utilitzar la paraula correcta amb una explicació intuïtiva.

Recomanem també plantejar el problema a l'alumnat sense donar cap explicació ni tan sols mostrar cap l'exemple resolt i deixar que discuteixin i decideixin com resoldre aquest problema.

SOLUCIÓ:

Per resoldre aquest problema hi ha diverses estratègies. Des d'un punt de vista formal si la puntuació és v per al verd, r per al vermell i b per al blau, tindrem que $v \cdot P(V) + r \cdot P(R) + b \cdot P(B) = 0$ aquesta és una equació en la qual, si prenem valors arbitraris per a dues puntuacions, obtindrem la tercera puntuació.

En l'exemple de la diana:



Hi ha $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$ de verd, $\frac{4}{27}$ de vermell i $\frac{16}{27}$ de blau. Per tant, tindríem que $v \cdot \frac{9}{27} + r \cdot \frac{4}{27} + b \cdot \frac{16}{27} = 0$, la qual cosa ens genera diferents solucions a partir d'inventar puntuacions per a dues de les variables (és millor pensar puntuacions que no generin solucions no enteres):

Punts al verd	Punts al vermell	Punts al blau
0	4	-1
4	3	-3
8	18	-9

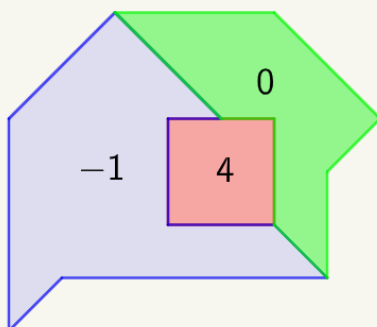
Sessió 5, 6, 7 i 8

Perquè el joc sigui molt més interessant, cal que la puntuació màxima estigui en el color més petit. En aquest cas, la puntuació que atorga 3 punts al vermell i 4 al verd no resulta interessant.

Aquest és el típic problema que es pot estirar tant com es vulgui i que permet que l'alumnat desenvolupi estratègies pròpies per trobar solucions interessants. El temps i les energies dedicades a aquest problema depenen de la disponibilitat del professor o la professora. En cas que no es vulgui dedicar gaire temps, la solució més senzilla consistiria a atorgar 0 punts a la part intermèdia i a trobar quantes vegades hi cap la part petita a la part gran. Això obliga a fer divisions entre fraccions, en aquest cas, $\frac{16}{27} : \frac{4}{27} = \frac{4}{1}$. Ara sols cal atorgar 4 punts al petit i -1 al gran. De fet, això es pot explicar de manera més senzilla. Si posem totes les fraccions amb el mateix denominador i la puntuació de la part mitjana és zero, sols cal resoldre l'equació diofàntica següent:

$$r \frac{4}{27} + b \frac{16}{27} = 0$$

Que es resol de manera trivial invertint els valors dels numeradors, és a dir, donant 16 al vermell i -4 al blau. Com que qualsevol múltiple o divisor comú és igualment vàlid, obtenim la solució òptima d'atorgar 4 punts si encertes el vermell, -1 si encertes el blau i 0 si encertes el verd:



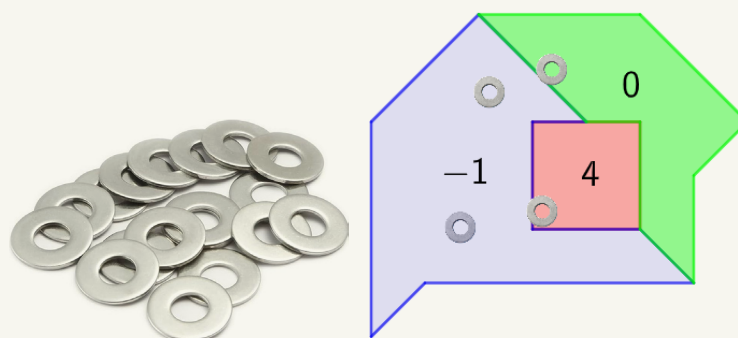
3. L'informe

L'objectiu de l'activitat mai serà la realització d'una bona diana, sinó l'aprenentatge que s'aconsegueix fent-la. Aquest aprenentatge es pot veure en un bon informe, per tant, l'alumnat ha de ser conscient que ha de demostrar el que ha après a partir d'un informe de qualitat. L'informe és, de fet, la part més important de la producció de l'alumnat. Aquest informe ha de permetre treballar gairebé totes les competències: interpretar, modelitzar, resoldre, argumentar, conjecturar, comunicar, representar, conjecturar, autorregular-se, compartir...

Sessió 5, 6, 7 i 8

4. Com utilitzar les dianes. Com jugar?

És obvi que no és bona idea posar dianes a les parets i llançar dards a la classe. Cal trobar estratègies versemblants no perilloses. Es pot fer un debat a la classe i trobar entre tots la millor solució. Una opció senzilla seria deixar les dianes al terra (horitzontals) a tocar de la paret i llançar des d'una distància determinada (a pactar amb l'alumnat, per exemple, dos metres) volanderes petites. La puntuació la determinarà el color que es veu en el forat de la volandera



Per jugar posarem totes les dianes al voltant de la classe a tocar de la paret i cada alumne farà una partida amb cada una de les dianes. Apuntarà els punts que ha fet i també apuntarem els punts que s'han fet en aquesta diana (mireu l'apartat de la competició que hi ha més endavant).

5. Quins errors hem d'evitar

Hem de vetllar per a un aprenentatge conceptual de qualitat evitant tasques irreflexives. Tot s'ha d'argumentar i comprendre.

És fonamental que quedi clar el concepte de fracció com una expressió en la qual la part de baix és una mera descripció de l'explicació (quants trossos hi ha en total, quina àrea hi ha en total, quants elements hi ha en total, etc.) i el numerador numera o explica quina part li correspon. Un error habitual és confondre el denominador amb una de les parts. Observar les imatges que fan i com expliquen la fracció a partir de la descripció de la imatge és fonamental per identificar si veritablement entenen el que fan.

Sessió 5, 6, 7 i 8

6. Reforcem l'aprenentatge de l'error

Cal potenciar l'aprenentatge de l'error. En aquest sentit, un informe de qualitat és aquell que mostra el procés mental creatiu de l'estudiant. Si hi ha un error, cal comentar-lo i tornar-ho a fer sense ratllar ni esborrar res de l'informe, tot el contrari. Es recomana valorar positivament aquell alumne que és capaç de reflexionar sobre els seus propis errors per sobre d'aquell que s'esforça a aparentar que tot ho fa bé.

7. Comentaris per a l'avaluació

L'avaluació és una eina educativa més i el seu objectiu fonamental és regular l'aprenentatge. En aquest sentit, el pes de l'activitat no està en la qualitat de la diana, sinó en la qualitat de la reflexió. Cal que el professor o professora observi com explica el que fa a l'informe i fer preguntes que ajudin a identificar errors. Els errors identificats per l'alumnat l'ha d'explicar i esmenar en els informes. Aquesta observació hauria de ser l'essència de l'avaluació.

8. La competició. Com l'organitzem?

No podem muntar una activitat com aquesta i fer una competició. Per altra banda, no estem a classe per jugar, sinó per aprendre matemàtiques. Cal muntar la competició amb objectius clars d'aprenentatge:

→ Podem fer que cada alumne llanci una quantitat de volanderes en cada una de les dianes (per exemple, 5), faci rotacions a la classe i apunti els punts que fa. També apuntarà els punts que ha fet a la diana (necessitem full de punts d'alumne i de diana).

Per fomentar el treball en equip, podem fer que competeixin per grups. D'aquesta manera, fomentem la cohesió de grup i disposem d'un nombre més gran de dades per fer operacions amb enters.

El grup d'alumnes guanyadors és aquell que aconsegueix la millor mitjana. Podem parlar també de quin grup és el més regular (calculant amb calculadora o ordinador la desviació típica).

→ Un cop tenim anotades les puntuacions que s'han fet amb les dianes, agafarem un parell de dianes senzilles que siguin força diferents i mostrarem les freqüències de colors que s'han fet (no les puntuacions). Fem fotocòpies i repartim aquestes fotocòpies sense dir de quina diana són i plantegem el repte d'endevinar de quina diana són. L'alumnat haurà de reflexionar si la proporció d'encerts en cada un dels colors s'aproxima, o no, a la proporció

Sessió 5, 6, 7 i 8

de colors de cada diana. D'aquesta manera, tornem a relacionar partició de la unitat amb proporció i probabilitat.

9. Si volem anar més enllà

Si volem estirar encara més l'activitat podem:

- Utilitzar, per exemple, volanderes de colors. Si tirem una volandera blava se sumen els punts. En cas que la volandera sigui vermella, els punts es resten (és a dir, fan el contrari). Això ajudaria molt a entendre el significat de $-(-4) = 4$
- Utilitzar volanderes de diferent mida de manera que unes puntuen doble o triple. D'aquesta manera tindrem operacions del tipus $2 - 3(-4) \dots$ reforçant les operacions amb enters en un context proper, lúdic i divertit. En aquest sentit, podem estirar l'activitat tant com vulguem utilitzant la combinació de diverses dianes, compartint.

Sessió 9

ACTIVITATS D'APLICACIÓ I TRANSFERÈNCIA

04 Tornem a fer fotos?

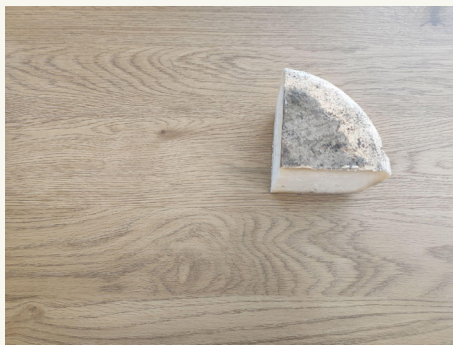
Un cop s'ha treballat a fons el concepte de fracció des diferents punts de vista, tornem a demanar fotos de fraccions, en aquest cas, una partició de la unitat, una proporció i una probabilitat. Caldrà que comentin les fotos.

En aquest cas, podem plantejar l'activitat per fer a classe o a casa. Si es fa a classe, caldrà portar materials diversos que permetin fer:

- Particions de la unitat. Plats de paper, caixes buides de pizzes fins i tot també pa de motlle, galetes...
- Proporcions: portarem fitxes, cigrons, etc.
- Probabilitats: daus, monedes, fitxes, cigrons, gots...

Demanarem que facin 3 fotografies diferents d'una fracció que siguin conceptualment correctes:

- Una partició de la unitat



- Una proporció



Sessió 9

→ Una probabilitat



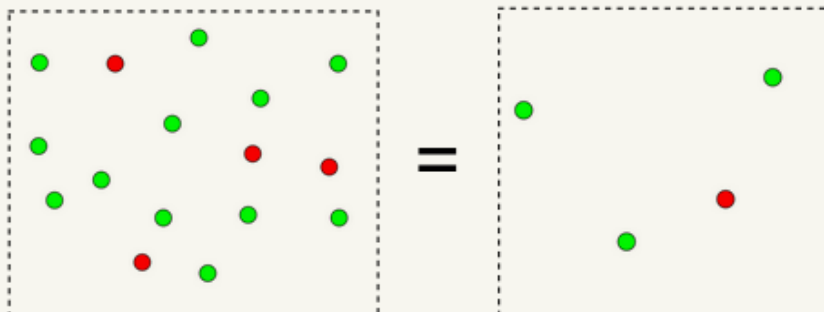
→ Opcionalment en poden fer d'un altre tipus si creuen que hi ha altres contextos d'ús de les fraccions.

Aquesta activitat ha de ser reveladora de què han entès o què han après. Pot ser que encara hi hagi alumnes que facin fotos en les quals mostrin la representació d'una fracció o en les quals la unitat no quedi clara.



Sessió 9

També podem veure errors en què confonen proporcions amb quantitats i les identifiquen com la mateixa cosa, per exemple, les imatges següents:



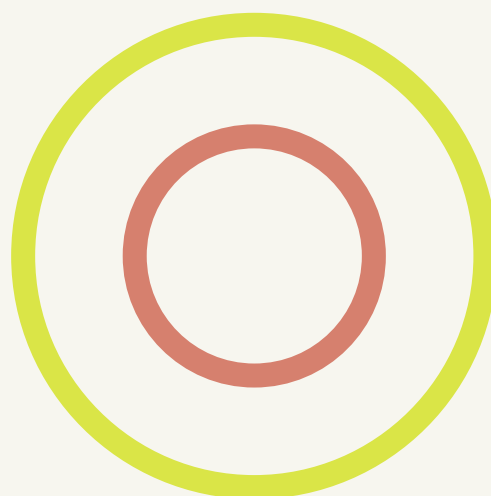
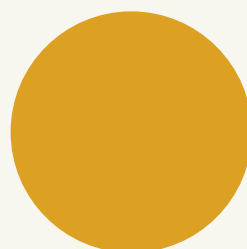
Si identifiquem errors d'aquest tipus, sabrem quins aprenentatges no han estat prou adquirits i podrem insistir i reforçar aquests conceptes.

Comentaris per a l'avaluació

Sempre és bo fer un petit examen per acabar de treballar els conceptes. En aquest cas, triarem algunes fotos dels mateixos alumnes i, fins i tot, algunes de les preguntes que fan. L'examen es farà a partir d'aquestes fotografies que es projectaran i a partir de les quals es formularan preguntes. D'aquesta manera el protagonisme sempre és de l'estudiant.

Estratègies

per a l'avaluació
i la qualificació
de l'alumnat



Introducció

L'avaluació és el mecanisme a través del qual podem identificar aspectes de millora i aplicar-los. La millora és integral, i pot afectar a qualsevol aspecte i a qualsevol agent implicat en l'aprenentatge dels estudiants. En aquest sentit, s'ha de fer de manera col·legiada i consensuada per tal d'aconseguir la màxima efectivitat.

El professor o la professora, per la seva banda, ha de tenir predisposició a revisar la seva tasca de manera continuada i modificar qualsevol aspecte de la seva tasca docent en qualsevol moment. Des d'aquest punt de vista, una programació és una entitat viva en canvi continu adaptable a qualsevol aspecte susceptible de millora.

L'avaluació haurà assolit el seu objectiu només quan generi, d'una manera contrastada, una millora en l'aprenentatge competencial de l'estudiant. Això només serà possible si es basa en una reflexió del mateix alumnat (amb ajuda del professorat) vinculada a una acció o estratègia de millora (fer una llista de verificació, fer una base d'orientació, elaborar unes pautes concretes, augmentar el temps per elaborar un document, etc.). El fet que l'alumne tingui una nota o una altra en finalitzar, per exemple, el primer trimestre, és totalment irrelevant, però aconseguir que aquest mateix estudiant assoleixi l'excel·lència al final del curs no és irrelevant i l'avaluació ha de ser la guia per a aquesta millora. Limitar-se a emetre judicis merament descriptius dels estudiants no l'ajuden a millorar, al contrari, l'aboquen a identificar-se amb les seves mancances com una característica pròpia que propicien un bucle repetitiu en les successives sessions d'avaluació.

Llistes de verificació

Per tal d'utilitzar una avaluació que ajudi l'alumnat a millorar el seu aprenentatge, pot ser una bona idea confeccionar llistes de verificació **de manera consensuada amb els estudiants**:

Per exemple. A l'activitat "Dissenyo la meva diana de colors" es poden posar coses com...

Aspectes a millorar	Sí/No
He fet bé el dibuix amb unes mesures exactes que em facilitin el càlcul de les fraccions de cada color?	
Tinc clar quin és el numerador i el denominador i per què?	
He posat a l'informe una introducció que fa que l'informe s'entengui per si mateix?	
Explico com he fet cada una de les parts de la diana?	
He trobat i justificat la puntuació que posarem a cada color?	
...	

Avaluació

Per avaluar l'alumnat, proposem una estratègia concreta. Qualsevol altra estratègia és igualment vàlida sempre que se'n respecti l'essència.

En aquesta proposta, la "llibreta de notes" clàssica se substitueix per un full de càlcul per a cada un dels estudiants compartit amb estudiant-docent. Amb aquest full de càlcul, s'estableix una comunicació directa amb l'alumnat en què es comparteixen i es consensuen tots els aspectes relacionats amb la seva avaluació. L'esquema bàsic d'aquest full de càlcul és:

Nom de l'alumne o alumna				
Criteris	Comentari de l'estudiant: quina dificultat he tingut i com crec que puc superar-la?	Nota orientativa	Comentari del docent: quina dificultat observo i què et recomano per superar-la?	Nota orientativa

Avaluació

El full de càlcul estarà configurat de manera que l'estudiant tingui drets d'escriptura a la part de color verd. A la resta del full, l'estudiant només tindrà drets de lectura.

Per omplir aquest full s'utilitzaran algunes activitats en les quals prèviament s'hauran pactat els criteris d'avaluació i uns indicadors orientatius amb l'alumnat de manera que els alumnes puguin valorar ells mateixos la seva progressió, reflexionar sobre les seves necessitats i prendre decisions per superar-se.

El concepte de “**nota orientativa**” té la finalitat contrastar (docent-estudiant) la percepció subjectiva respecte a l'assoliment de les competències vinculades al criteri i, en el cas que aquesta percepció sigui significativament diferent, analitzar-ne les causes de manera conjunta i apropar perspectives amb un diàleg constructiu. L'alumne pot triar la manera en què posa aquesta “nota”: amb una lletra o un nombre acotat entre els valors que ell mateix consideri.

Tot i que hem prioritzat les competències que fan referència a la connexió, la comunicació i la representació, és bo mantenir un esquema competencial en totes les activitats importants en les quals l'alumne sempre ha de:

- Interpretar: escrivint un petit resum del que està fent
- Modelitzar: tenir consciència dels continguts matemàtics que cal utilitzar per a l'activitat corresponent
- Resoldre: trobar les solucions de cada activitat
- Conjecturar: ser capaç de predir alguns resultats
- Comunicar i representar: escriure sempre amb correcció matemàtica i fer dibuixos ben fets
- Autoregular-se identificant els propis errors
- Compartir idees i coneixements amb els companys

Si els estudiants estan acostumats a seguir sempre aquest esquema de construcció del coneixement, resulta fàcil no sortir mai d'un marc òptim d'aprenentatge. Després podem posar més èmfasi en algun aspecte concret.

En aquesta SA caldria recollir informació de les activitats següents:

1. **La meva foto d'una fracció**

Aquesta és una activitat inicial que permet identificar confusions conceptuals dels alumnes, no per penalitzar-les sinó per tal d'identificar-les i poder fer un seguiment durant la SA de com va progressant l'estudiant.

Avaluació

2. Les fraccions de colors

Aquesta és l'activitat que permet un treball més informal, ja que la majoria d'activitats són per practicar conceptes. En aquest sentit podem acceptar dibuixos esquemàtics fets a mà alçada i explicacions poc detallades. El focus el posarem en la capacitat de redactar una base d'orientació de molta qualitat on es vegi que l'alumne ha entès tots els conceptes necessaris.

3. La meva diana

L'objectiu de l'activitat mai ha de ser la realització d'una bona diana, sinó l'aprenentatge que s'aconsegueix fent-la. Aquest aprenentatge es pot veure en un bon informe, per tant, l'alumnat ha de ser conscient que ha de demostrar el que ha après a partir d'un informe de qualitat. L'informe és, de fet, la part més important de la producció de l'alumnat. Aquest informe ha de permetre treballar gairebé totes les competències –interpretar, modelitzar, resoldre, argumentar, conjecturar, comunicar, representar, conjecturar, autorregular-se, compartir...– i sobretot les principals d'aquesta SA: la capacitat de connectar conceptes diferents a través de les fraccions.

Cal potenciar l'aprenentatge de l'error. En aquest sentit, un informe de qualitat és aquell que mostra el procés mental creatiu de l'estudiant. Si hi ha un error, cal comentar-lo i tornar-lo a fer sense ratllar ni esborrar res de l'informe, tot el contrari. Es recomana valorar positivament aquell alumne que és capaç de reflexionar sobre els seus propis errors per sobre d'aquell que s'esforça a aparentar que tot ho fa bé.

4. Fem una foto

Aquesta activitat ha de ser reveladora de què han entès o què han après. Pot ser que hi hagi alumnes que aparentment ho han entès tot perquè són capaços d'imitar les solucions dels companys, però que, en el fons, encara no hagin entès l'essència dels conceptes. És molt probable que aquests alumnes facin fotos en les quals mostrin la representació d'una fracció o fotos en què la unitat no quedi clara.

Sempre és bo fer un petit examen per acabar de treballar els conceptes. En aquest cas, triarem algunes de les fotos dels mateixos alumnes i, fins i tot, algunes de les preguntes que fan. L'examen es farà a partir d'aquestes fotografies que es projectaran i a partir de les quals es formularan preguntes. D'aquesta manera el protagonisme sempre és de l'estudiant. En tot cas, aquest examen continuarà tenint una funció reguladora.

Elements organitzatius

Nivell: 1r o 2n d'ESO

Temporització: 9 hores

Agrupament: la gestió d'aula que requereix una activitat d'aquest tipus és la del treball en grups cooperatius en què, en grups heterogenis de quatre estudiants, es treballa sota el principi que **el treball és individual, però l'èxit és col·lectiu**. Des d'aquest punt de vista, cada cop que es plantegi una activitat de caire creatiu (una fotografia, el disseny d'una diana) cada estudiant haurà de fer la seva de manera individual i diferenciada. Sí que es poden ajudar entre ells i elles per tal de garantir l'èxit col·lectiu, però respectant la producció creativa i l'aprenentatge de cadascú. Mai compartirem la producció d'un producte però sí que compartirem els coneixements necessaris per tal que cada estudiant pugui elaborar i analitzar el seu producte individual amb èxit. Posteriorment, cada estudiant comparteix el que ha fet per tal de generar noves activitats.

A l'aula es fomentarà l'elaboració de tres tipus de **documents** per part dels estudiants:

- **Informes** sobre activitats en què hi ha un **producte creatiu**, com ara la realització de fotografies, el disseny d'una diana de colors, etc. En els articles, es valorarà especialment la competència en comunicació i representació.
- **Fitness**. Activitats per practicar i aprofundir aspectes conceptuals, és a dir, exercicis. Sempre que sigui possible, aquests exercicis els generaran els mateixos estudiants a partir d'un exemple o breu explicació prèvia mostrada pel docent. En aquest cas, hi haurà tants exercicis com alumnes. Si no hi ha temps per fer-los tots, es triarà sempre a l'atzar, mai a dit, per tal de donar protagonisme a tot l'alumnat, i així s'evitarà la discriminació inconscient del docent.
- **Base d'orientació**. Esquemes detallant continguts que s'han après. Aquests documents l'alumnat els ha de guardar en fundes de plàstic per tal d'utilitzar-les quan faci falta (la paraula *moll* fa referència al *moll de l'os*, l'essència, el més important).

L'avaluació es farà a partir dels aprenentatges observats a l'aula i en els informes però mai es basarà en el producte final, ja que el que avaluem és l'aprenentatge i no la capacitat de generar un producte. L'avaluació serà formativa en el sentit que es fomentarà l'habilitat d'identificar, per part de l'estudiant, els propis errors conceptuals per tal d'esmenar-los i superar-los tan bon punt s'identifiquin.

Material: ordinador, policubs, regle o metre per mesurar, cartolina, cinta adhesiva, escaire, cola i tisores.

Elements curriculars

Competències específiques

5. Connectar diferents elements matemàtics relacionant conceptes, procediments, arguments i models per desenvolupar una visió de les matemàtiques com un tot integrat.
7. Comunicar i representar, de forma individual i col·lectiva, conceptes, procediments i resultats matemàtics usant el llenguatge oral, escrit, gràfic, multimodal i la terminologia matemàtica apropiada, per donar significat i permanència a les idees matemàtiques.

Competències transversals

CT 3. Personal i social d'aprendre a aprendre

CPSAA1. Regular i expressar les seves emocions enfortint l'optimisme, la resiliència, l'autoeficàcia i la recerca de propòsit i motivació cap a l'aprenentatge per gestionar els reptes i canvis i harmonitzar-los amb els seus propis objectius.

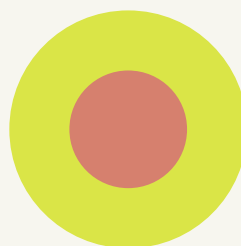
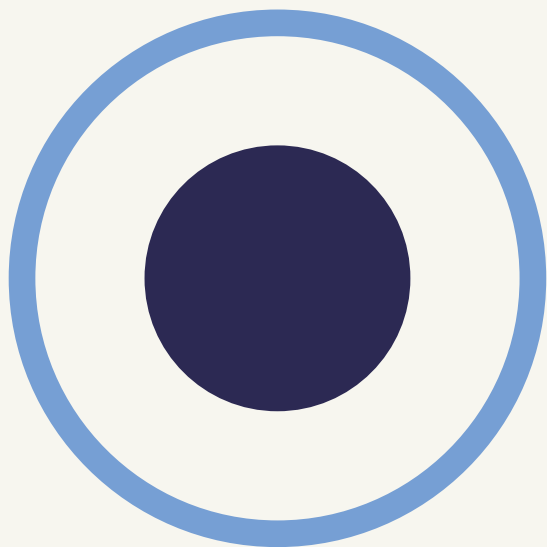
Criteris d'avaluació

1. Identificar i usar les connexions entre diferents usos i presentacions de les fraccions. Com a partició de la unitat, les proporcions i la probabilitat per tal de diferenciar-los i a la vegada relacionar-los aplicant les propietats d'un context a l'altre. (basat en el criteri 5.1)
2. Reconèixer i relacionar connexions entre les fraccions (particions de la unitat, proporcions i probabilitat) amb els nombres enters a través del disseny de dianes en les quals caldrà assignar puntuacions enters a diferents particions de la diana amb un criteri de proporcionalitat per treure'n conclusions i tenir una visió integrada de les matemàtiques. (basat en el criteri 5.2)
3. Comunicar informació de manera organitzada, utilitzant el llenguatge matemàtic adequat, oralment i per escrit, per a descriure, explicar justificar els diferents usos de les fraccions amb coherència i correcció en el disseny de dianes de colors. (basat en el criteri 7.1)
4. Representar fraccions amb diferents particions de la unitat, proporcions i probabilitat amb claredat, utilitzant diferents eines i formes d'expressió, com per exemple a través del dibuix de dianes de colors, la fotografia matemàtica, per visualitzar idees i estructurar processos matemàtics. (basat en el criteri 7.2)

Elements curriculars

Sabers

1. Raonament proporcional - Identificació de situacions proporcionals
2. Comparació i ordenació de fraccions
3. Reconeixement i aplicació de les operacions amb nombres enters, fraccionaris o decimals útils per a resoldre situacions contextualitzades. Interpretació dels efectes de les operacions aritmètiques amb nombres enters, fraccions i expressions decimals
4. Expressió d'estimacions amb la precisió requerida. Ús dels nombres enters, fraccions, decimals i arrels per a expressar quantitats en diferents contextos, inclosos els de la vida quotidiana, amb la precisió requerida



FLORENCE

PER A LA MILLORA DE LES MATEMÀTIQUES

