



CAPSES I CAPSETES

Proposta per treballar equivalències i proporcionalitat

Competències

En un ambient de resolució de problemes, podrem explorar, formular i comprovar conjetures sobre construccions geomètriques en 2 i 3 dimensions. Comunicarem i representarem conceptes i resultats fent servir llenguatge oral i gràfic, i desenvoluparem destreses socials participant en els equips de treball.



Sabers

A més de treballar amb fraccions i decimals, reconeixem la presència de quadrats i cubs i aspectes de proporcionalitat. Caldrà utilitzar unitats de mesura de longitud, i comparació segons la seva superfície i volum. Avaluarem els resultats de les mesures. Identificarem figures semblants i podrem predir resultats a partir de detectar regularitats.



Autoria

Maria Ricart
Núria Cardet



Etapla, nivell

5è i 6è
de primària



Temporització

Dues
sessions



Agrupament

Grups de 4.
Gran grup. Individual.



Material

1 capsa per grup, cartolines.
cinta, regle, cola, tisores.

REpte INICIAL

Es planteja el repte inicial: quan reduïm una capsa a escala, què passa amb la longitud, l'àrea i el volum?

Descoberta final: Quan reduïm una capsa a escala 1:2, la longitud es redueix a la meitat, l'àrea a la quarta part i el volum a la vuitena part. Dit d'una altra manera, caben 4 tapes de capsa reduïda **sobre** la tapa de la capsa original (àrea) i caben 8 capses reduïdes **dins** de la capsa original.

Dies abans haurem demanat que cada grup porti de casa una capsa de sabates o similar.

Cada estudiant pot disposar de fulls per fer les seves pròpies anotacions i representacions del procés per compartir-les amb el seu grup i amb la resta de la classe.

Exposem el repte i guiem l'activitat cap a la descoberta. Es reparteix una cartolina a cada grup i es demana a l'alumnat que en facin el desenvolupament pla desplegant i girant la capsa.

El docent prèviament pot fer un model del que es demana a la pissarra.

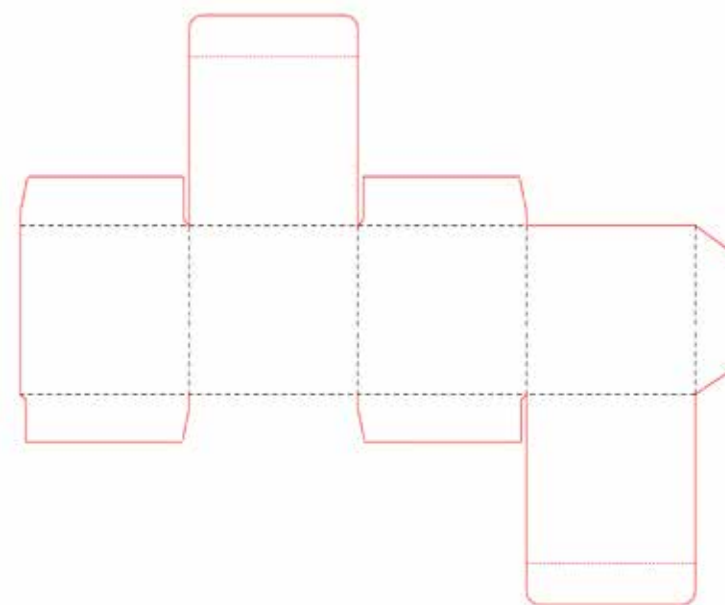


RELACIÓ ENTRE LONGITUDS

Una vegada han dibuixat el desenvolupament pla de la capsa, els demanem que prenguin les mesures i les anotin sobre la cartolina. Així tenim un model a escala 1:1, on 1 cm del nostre dibuix equival a 1 cm a la realitat (la capsa).

A partir de la conversa farem que emergeixi la idea que en un ortoedre (la nostra capsa) apareixen 3 valors diferents que es repeteixen, o en alguns casos només 2 (cas del prisma quadrangular). També és un bon moment per fer connexions i parlar del nom dels cossos geomètrics i de les seves propietats.

Cal vigilar amb les pestanyes i altres parts que no són cares. Es poden pintar de colors diferents.



A continuació, damunt d'una altra cartolina o DIN A3, han de representar el desenvolupament pla de la capsa reduïda a escala 1:2.

Per exemple, si una aresta de la capsa fa 20 cm, la mateixa aresta haurà de mesurar 10 cm en el desenvolupament de la capsa reduïda. S'ha de fer el mateix amb les altres arestes.

Cada membre del grup construeix una capsa reduïda. Guiant la conversa els farem observar els angles de la capsa original i de



la reduïda i veurem que la mesura dels angles no canvia i que a més, en aquest cas, són angles rectes.

Si algun grup té més temps, poden fer més de 4 capses. Això els ajudarà a visualitzar la descoberta final. Si es vol treballar amb cinta adhesiva el muntatge serà més fàcil que amb pestanyes i cola d'enganxar.

En aquest punt, reprenem el repte i, en gran grup, el docent guia la descoberta amb preguntes com aquestes:

- Quant mesuren les arestes de la vostra capsa original? I de la reduïda? (*Per exemple, 20cm i 10cm, 14,5cm i 7,25cm, 16cm i 8cm*)
- Si dividim la mesura original entre la reduïda, què obtenim? *Que vegin que surt el nombre de l'escala, en el nostre cas, 2. La proporció entre les dues mesures corresponents surt de la divisió, en el nostre cas la meitat.*
- I si ara ho fem a la inversa, si dividim la mesura reduïda entre l'original, què creieu que obtindrem? (*Els podem deixar la calculadora i els sortirà 0,5; buscarem la relació entre el 0,5 i $\frac{1}{2}$*).

El quocient entre les mesures observades segurament farà aparèixer valors no exactes però propers a 2 i a 0,5. Pot ser un bon moment per parlar de les aproximacions, dels errors absoluts i relatius, de fins a quin valor consideren l'error acceptable...

RELACIÓ ENTRE ÀREES

Els demanarem que calculin les àrees de les cares de la seva capsa original i de la capsa reduïda. Així, repassem com es calcula l'àrea d'un rectangle. En funció del que hagin treballat prèviament, farem una mesura directa, amb una làmina transparent a la que tindrem dibuixada una quadrícula de cm^2 , o passarem directament a la mesura indirecta, calculant el producte de dos costats perpendiculars.

Si és un grup de 3, no passa res, perquè se n'adonaran que falta una capsa. En cas que siguin més de 4, també va bé en el sentit que quan omplim

la capsa original amb les reduïdes, veuran més fàcilment quantes se'n necessiten per omplir-la (se'n necessiten 8).

Guïem la descoberta amb preguntes com aquestes: — Quant mesuren les àrees de les cares de la capsa original i de la reduïda?

Ens ajudarem d'una taula com la que es mostra a continuació, ja que és una manera de recollir les dades de manera endreçada a partir de les aportacions dels grups.

GRUP	ÀREA CARA 1		ÀREA CARA 2		ÀREA CARA 3	
	Original	Reduïda	Original	Reduïda	Original	Reduïda
Grup 1						
Grup 2						
...						

La creació de taules s'ha d'introduir i explicitar-ne la importància perquè les aprenguin a fer-les sols. En la propera activitat podem proposar que la facin elles i ells.

També s'observarà que en l'ortoe dre (tipus de prisma quadrangular o rectangular amb tots els angles rectes) hi ha parelles de cares iguals.

- Si mireu i observeu bé la taula podeu trobar algun patró. (En el cas que no surti, farem la pregunta següent)
- Si dividiu el valor de l'àrea de la cara original per la seva respectiva reduïda, quin valor obteniu? Trobeu algun patró? Obtindran el nombre 4, és a dir, 2^2 . Pot passar que surti un nombre aproximat a 4, la qual cosa ens donarà peu a parlar de l'error de mesura i de l'aproximació dels decimals.
- I si ara busquem la relació a l'inversa, del petit respecte el gran? Ho fem a la inversa, dividim la reduïda entre l'original, què creieu que obtindrem? Els hi podem deixar la calculadora i els sortirà 0,25; buscarem la relació entre el 0,25 i $1/4$. També poden sortir nombres aproximats.

Per relacionar aquest nombres que han sortit a les divisions (**raó de proporcionalitat**) amb el material, cada grup agafarà la capsa original i les reduïdes i les posaran sobre una cara en la mateixa posició. Visualitzaran que encara que no en tinguin 4, n'hi cabrien 4.

D'una altra manera, es podrà dir que es necessiten 4 de les reduïdes per omplir una cara de l'original o que cada reduïda és la quarta part de l'original (**invers**).

És important que s'adonin que sigui la capsa que sigui, sempre dona el mateix: no és important la longitud sinó la relació (raó) entre si.



RELACIÓ ENTRE VOLUMS

A continuació, **descobrirem la relació que hi ha amb els volums**.

No haurém construït totes les capses. Les visualitzarem.

Els demanarem que calculin els volums de la capsa original i de la capsa reduïda. Així, repassem com es calcula el volum d'un prisma, ortoedre.

Podem fer una connexió del treball fet amb multicubs, siguin cubs o altres prismes rectangulars. Com es calcula quants multicubs hi ha en un ortoedre?

Guiem la descoberta amb preguntes:

- Quant mesuren el volum, en cm^3 , de la capsa original i de la reduïda? Ens ajudarem d'una taula.

Amb la calculadora multipliquem els valors de les 3 arestes. Podem decidir posar només dos decimals.

GRUP	Volum capsa original (cm^3) VO	Volum capsa reduïda (cm^3) VR	VO / VR	VR / VO
Grup 1				
Grup 2				
...				

Com que han fet la taula, aquestes preguntes similars a la longitud i àrea poden ser ja de suport o fins i tot es podria demanar que les fes l'alumnat:

- Si dividiu el valor del volum de la capsa original pel de la reduïda, quin valor obteniu? (Obtindran el nombre 8, és a dir, 2^3 . Pot passar que surti un nombre aproximat a 8, la qual cosa donarà peu a parlar de l'error de mesura i de l'aproximació dels decimals).



— I si ara ho fem a la inversa, dividim el de la reduïda entre el de l'original, què creieu que obtindrem? Els podem deixar la calculadora i els sortirà 0,125; buscarem la relació entre el 0,125 i 1/8. També poden sortir nombres aproximats.

Per relacionar aquest nombres que han sortit a les divisions (**raó de proporcionalitat**) amb el material, cada grup agafarà la capsa original i les reduïdes i les posaran a dins. Visualitzaran que, encara que no en tinguin 8, n'hi cabrien 8.

D'una altra manera, es podrà dir que caben 8 de les reduïdes dins de l'original o que cada reduïda és la vuitena part de l'original (**invers**).

Com es pot veure la taula s'ha anat ampliant amb dades per tal de destacar la importància de la recollida de dades i facilitar la descoberta de les relacions numèriques i proporcionals que hi surten.

En aquest darrer cas dels volums, els nombres resultants de les divisions seran més aproximades i per tant, possiblement tindran més xifres decimals. Aquest pot ser un bon punt de partida per treballar les fraccions i llurs relacions numèriques en altres sessions de treball.

A continuació es farà una posada en comú en gran grup procurant que participin tots els portaveus i, encara millor, si ho fa tot l'alumnat (tothom hauria de poder dir la seva descoberta). Així es fa l'exposició del treball i es demana que elaborin un informe individual amb les dades o representacions que han fet i les seves descobertes (eina d'avaluació).

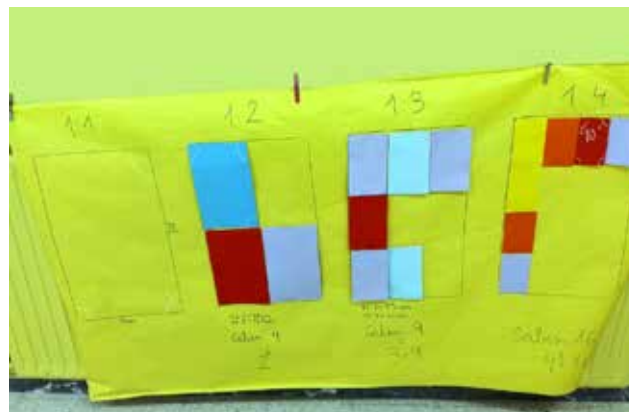
Hi poden posar fotografies, si n'han fet.

El docent haurà preparat una capsa amb la reproducció a escala 1:3 i 1:4 i a partir de la conversa

intentaran omplir la taula de relació entre longitud, àrea i volum. A partir d'aquesta taula s'intentarà deduir el patró de la raó de proporcionalitat al quadrat en el cas de l'àrea i del cub al volum. El resultat pot ser una taula com la de la fotografia.

Finalment, podem omplir aquesta taula o una de similar i generalitzar:

ESCALA	Longitud	Àrea	Volum
1:1			
1:2			
1:3			
1:4			
1:5			
1:10			



Fer la reducció 1:4 o 1:3 és suficient per descobrir regularitats numèriques. No cal fer tantes capsas i capsetes, però sí cal fer hipòtesis i deduccions a partir de les dades ben ordenades en taules.

A l'hora de Plàstica es pot aprofitar per fer aquest treball de 2 i 3 dimensions, i decorar i personalitzar les capses.

CONNEXIONS

Al llarg de l'explicació del desenvolupament de l'activitat, s'ha fet referència a algunes connexions.

Aquestes són, bàsicament, intramatemàtiques, és a dir, entre sabers matemàtics. Per exemple, es connecten els decimals amb les fraccions en calcular les raons; amb els descobriments, es connecta amb els nombres inversos; a la taula final, hi apareixen els nombres quadrats...

També és una activitat que connecta directament amb la mesura (magnituds o error de mesura).

Així mateix, hi ha dues connexions extramatemàtiques: la capsa de sabates és un model d'ortoeidre i és una proposta que es pot treballar conjuntament amb l'àmbit artístic.

AMPLIACIÓ

Què passaria si en alguna cara haguéssim fet reducció a 1:2 i una altra a 1:3? Com serien les caixes?

— La reducció a escala 1:10 es pot fer amb un 1 m³, dm³ i cm³ per connectar amb el SI de mesura.

— Cal potenciar i animar-los a presentar els treballs a les famílies, en trobades de mestres, fires de la ciència, a publicar a la revista escolar... comunicar també és una competència curricular.

PÍNDOLES DE CONEIXEMENT

- En les figures o cossos semblants, en reduccions i ampliacions, els angles no canvien, només ho fan les mesures de longitud i en conseqüència les àrees i volums.
- Aquestes capses són cossos semblants. Existeix entre elles una raó de semblança, que és la constant de proporcionalitat entre els costats homòlegs de figures semblants (la divisió entre els costats), essent les figures semblants les cares de les capses.
- Entre figures o cossos semblants podem calcular la raó de semblança que s'obté en dividir una longitud per la reduïda o, a l'inrevés.
- L'escala dels mapes és una raó de semblança.
- Els nombres invers són 8 i $1/8$, $2/3$ i $3/2$ i és així perquè en multiplicar-los donen la unitat.



- Dos polígons són semblants si els angles corresponents (homòlegs) són iguals i els costats corresponents (homòlegs) són proporcionals.
- La raó de semblança és la constant de proporcionalitat entre els costats homòlegs de figures semblants (la divisió entre els costats).
- La relació entre les àrees de dues figures semblants (la divisió) és la raó elevada al quadrat.
- La relació entre el volum de dos cossos semblants (la divisió) és la raó elevada al cub.

GLOSSARI

Conceptes

Àrea
Aresta, cara i vèrtex



Constant de proporcionalitat

Raó de proporcionalitat o de semblança

Semblança. Figures i cossos semblants

Escala (d'ampliació, natural i de reducció)

Nombres quadrats i cubs

Ortoedre. Prisma rectangular

Procediments

Mesurar longituds

Mesurar i calcular àrees

Calcular volums

Fer el desplegament d'una capsa

Fer taules per recollir la informació, buscar patrons i treure conclusions

Elements lingüístics

Taula

Notació de les escales de reducció (1:n)



ELEMENTS CURRICULARS

Competències específiques i criteris d'avaluació

Competència 2. Resoldre problemes, aplicant diferents tècniques, estratègies i formes de raonament, per explorar i compartir diferents maneres de procedir, obtenir solucions i assegurar la seva validesa des d'un punt de vista formal i en relació amb el context plantejat i generar noves preguntes i reptes.

Criteris d'avaluació. Argumentar la correcció matemàtica de les solucions d'un problema i la seva coherència en el context plantejat, generant, si és el cas, noves preguntes i reptes.

Competència 3. Explorar, formular i comprovar conjectures senzilles, reconeixent el valor del raonament espacial, raonament lògic i incorporar-hi l'argumentació per integrar i generar nou coneixement matemàtic.

Criteris d'avaluació. Incorporar la utilització de la visualització i del raonament geomètric com a forma de raonament per entendre i gestionar la informació referida a l'espai.

Competència 5. Utilitzar connexions entre diferents idees matemàtiques, així com identificar les matemàtiques implicades en altres àrees o amb la vida quotidiana, interrelacionant conceptes i procediments per interpretar situacions i contextos diversos.

Criteris d'avaluació. Reconèixer patrons, similituds i tendències en els problemes o situacions que es volen solucionar.

Competència 6. Comunicar i representar, de forma individual i col·lectiva, conceptes, procediments i resultats matemàtics utilitzant el llenguatge oral, escrit, gràfic, multimodal, en diferents formats i amb la terminologia matemàtica adequada, per donar significat i permanència a les idees matemàtiques.

Criteris d'avaluació. Representar resultats matemàtics utilitzant diferents eines i formes de representació per visualitzar idees i estructurar processos matemàtics.

Competència 8. Desenvolupar destreses socials participant activament en els equips de treball i reconeixent la diversitat i el valor de les aportacions dels altres, per compartir i construir coneixement matemàtic de manera col·lectiva.

Criteris d'avaluació. Col·laborar i aportar estratègies i raonaments matemàtics en el treball en equip, construint coneixement matemàtic de manera conjunta.

Sabers

Sentit numèric

- Reconeixement de la potència com a producte de factors iguals. Quadrats i cubs.
- Coneixement de la relació entre fraccions sencilles, decimals i percentatges.
- Resolució de problemes de proporcionalitat, percentatges i escales de la vida quotidiana, a través de la comparació multiplicativa entre magnituds.

Sentit de la mesura

- Selecció i ús de les unitats adequades de longitud, massa, capacitat i superfície, volum, magnituds informàtiques bàsiques, temps i graus (angles) en contextos de la vida quotidiana.

- Selecció i ús d'instruments (analògics o digitals) i unitats adequades per mesurar longituds, objectes (massa, capacitat, superfície...), angles i temps.
- Avaluació de resultats de mesuraments i estimacions o càlculs de mesures, raonant si són o no possibles.

Sentit espacial

- Identificació i classificació de formes geomètriques en objectes de la vida quotidiana en funció dels seus elements i de les relacions que hi ha entre aquests.
- Identificació de figures semblants, generació a partir de patrons inicials i predicció del resultat en situacions de la realitat propera.
- Aplicació d'estratègies per al càlcul d'àrees i perímetres de figures planes en situacions de la vida quotidiana.

Sentit algebraic

- Aplicació d'estratègies d'identificació, representació (verbal, taules, gràfics i notacions inventades) i predicció raonada de termes a partir de les regularitats en una col·lecció de nombres o figures.

Sentit socioemocional

- Aplicació de tècniques cooperatives per al treball en equip en matemàtiques i estratègies per a la gestió de conflictes.

MARIA RICART ARANDA
Universitat de Lleida

M. NÚRIA CARDET CARNÉ
Mestra formadora