



**FLORENCE**  
PER A LA MILLORA DE LES MATEMÀTIQUES

# QUÈ S'AMAGA DINS L'AMPOLLA?

Proposta per treballar l'atzar i l'estadística a primària



Berta Barquero

Facultat d'Educació. Universitat de Barcelona [bbarquero@ub.edu](mailto:bbarquero@ub.edu)

Carles Granell

Col·legi Sant Lluís i Universitat de Barcelona [cgranel4@xtec.cat](mailto:cgranel4@xtec.cat)



**FLORENCE**

per a la Millora de les Matemàtiques

21 de maig de 2025



# FLORENCE

PER A LA MILLORA DE LES MATEMÀTIQUES

FLORENCE



PER A LA MILLORA  
DE LES MATEMÀTIQUES

## QUÈ S'AMAGA DINS L'AMPOLLA?

*Proposta per treballar l'atzar i l'estadística a primària*

### Competències

L'activitat es proposa en un ambient de resolució de problemes en què l'alumnat explora, formula i desenvolupa eines de validació d'hipòtesis i comunica i representa els seus procediments i resultats experimentals a partir de la construcció, ús i interpretació d'eines matemàtiques.



### Sabers

Durant les sessions es treballaran estratègies de recompte i la interpretació i representació de nombres en un context de càlcul i interpretació de freqüències absolutes i relatives d'un experiment aleatori. Realització d'estimacions i inferències raonades de quantitats a partir del recull i anàlisi experimental.



### Autoria

Berta Barquero  
Carles Granell



### Etapa, nivell

5è i 6è  
de primària



### Temporització

Dues sessions  
de dues hores



### Agrupament

Individual. Grups de 3-4.  
Gran grup



### Material

Ampolles opaques, amb peces  
petites a dins de 4-5 colors

<https://projectes.xtec.cat/nou-curriculum/guies-didactiques-florence-per-a-primaria/>



## Esquema de la presentació

---

### 1. Orígens de la proposta de la situació d'aprenentatge

Què s'amaga dins l'ampolla?

### 2. Experimentem la situació en directe...

Preparem-nos per a formular les hipòtesis més coherents

### 3. Presentació de la Guia Didàctica

Reflexions sobre el disseny de la Guia

### 4. De la Guia a l'aula de Primària

Experiències a les aules de Primària

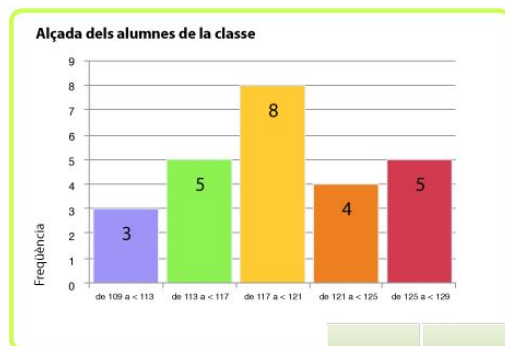
### 5. Altres punts importants a destacar



# 1. Orígens de la proposta: Què s'amaga dins l'ampolla?

## Què es fa a l'escola amb l'atzar i estadística?

- S'explica què vol dir l'atzar i els experiments aleatoris,
- S'expliquen tècniques de representació de dades per a l'estadística descriptiva: gràfic de barres, de sectors, pictogrames... I el càlcul dels estadístics numèrics més comuns: mitjana, mediana, moda...



| JUGADOR | NOMBRE DE CISTELLES |
|---------|---------------------|
| 1       | 11                  |
| 2       | 5                   |
| 3       | 6                   |
| 4       | 7                   |
| 5       | 9                   |
| 6       | 3                   |
| 7       | 8                   |
| 8       | 3                   |
| TOTAL   | 52                  |

SUMEM TOTES LES CISTELLES FETES.  
NOMBRE TOTAL DE CISTELLES: 52

DIVIDIM EL TOTAL DE CISTELLES FETES PEL NOMBRE DE JUGADORS (8).

MITJANA:  $52 \div 8 = 6,5$  CISTELLES

PER TANT, LA MITJANA ÉS DE 6,5 CISTELLES.

- Dificultats per construir un medi experimental ric per referir-se a l'atzar i per reconèixer la importància social de la inferència estadística.
- Moltes vegades s'acaba l'activitat quan es fa la representació del gràfic o el càlcul estadístic.
- En la vida de cada dia, les observacions de fenòmens aleatoris són sempre molt limitades → importància de les simulacions experimentals per estudiar la variabilitat estadística





# 1. Orígens de la proposta: Què s'amaga dins l'ampolla?

## Origen i antecedents del disseny de la Guia Didàctica

- La proposta de l'activitat prové dels treballs d'enginyeria didàctica realitzats cap als anys 70-80 per l'investigador francès Guy Brousseau i el seu equip de Bordeus, en el marc de la Teoria de Situacions Didàctiques.
- Va treballar en la proposta de nombrosos dissenys i experimentacions a les aules, a Infantil i Primària, al COREM Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Ens. des Maths.) de l'escola Michelet de Talence (Burdeos, 1970-2000)
- L'activitat original de les pilotes dins l'ampolla es va dissenyar i experimentar en diverses ocasions en un total de **26 sessions d'aula** (Brousseau, Brousseau i Warfield, 2002) a 5è de Primària



La Guia presenta una adaptació d'aquesta activitat!



# 1. Orígens de la proposta: Què s'amaga dins l'ampolla?

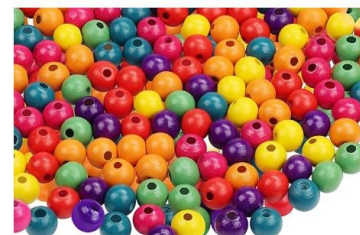
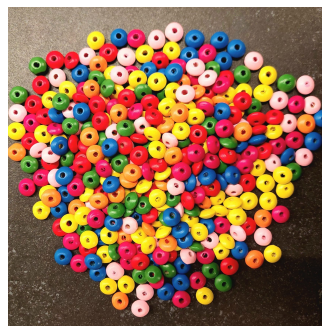
Repte inicial i qüestió de partida

$Q_0$  : Si coneixem el nombre de peces de diferents colors que s'amaguen dins l'ampolla, quina distribució de peces de cada color creieu que hi ha dins l'ampolla? Quines hipòtesis (coherents i el màxim fiables) podem formular sobre el contingut ocult de l'ampolla?

Recipients



Contingut





# 1. Orígens de la proposta: Què s'amaga dins l'ampolla?

- L'objectiu principal de la situació és la de familiaritzar-se amb l'atzar, la variabilitat i les lleis de l'atzar a partir de experimentacions i mostrar la rellevància de les eines estadístiques per avançar en la presa de decisions.

## Objectius per a l'alumnat...

- Familiaritzar-se amb les lleis de l'atzar i la variabilitat estadística a través d'un experiment aleatori i començar-les a matematitzar...
- Descriure i analitzar els resultats de l'experimentació... formular hipòtesis coherents amb les dades recollides.
- Comprendre que el fet important no és encertar la distribució "real" de peces de colors, si no la construcció de medis apropiats per defensar hipòtesis coherents amb l'experimentació realitzada.

**Quins sabers aniran emergint?** Recollida de dades i recompte. Interpretació de freqüències absolutes i relatives d'un experiment aleatori. Interpretació dels nombres en un context d'atzar. Estimacions i inferències raonades a partir del recull i anàlisi d'experiments.



# 1. Orígens de la proposta: Què s'amaga dins l'ampolla?

**noubiaix**

Últim número Arxius Quant a ▾

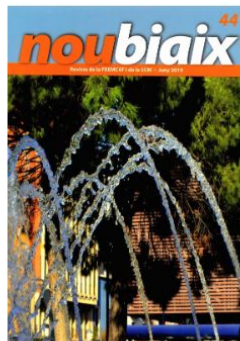
Pàgina d'inici / Arxius / Núm. 44: juny 2019 / Articles

## Experiència amb un recorregut d'estudi i investigació sobre la inferència estadística a l'educació primària. Què s'amaga dins l'ampolla?

Carles Granell  
Berta Barquero

### Resum

Aquest treball parteix de la problemàtica docent de com s'ha d'ensenyar el bloc d'atzar i estadística a l'escola primària, i situa el seu ensenyament en un paradigma escolar que integra experimentació i indagació i en què les eines i els coneixements estadístics apareixen davant la necessitat de donar resposta a certes qüestions amb sentit per al nivell escolar en el qual ens situem. En aquest treball presentem la proposta d'un recorregut d'estudi i investigació (REI) sobre l'atzar i la inferència estadística per a primària. Mostrarem els orígens d'aquesta activitat en els marcs de recerca dels treballs de la teoria de situacions didàctiques (Brousseau, 1997), posteriorment adaptada per la teoria antropològica del didàctic amb la proposta dels REI (Chevallard, 2006 i 2015). Descriurem primerament el disseny elaborat pel mestre responsable de l'experimentació, conjuntament amb l'equip d'investigadores, i ens centrarem posteriorment a descriure l'experiència desenvolupada amb estudiants de quart curs d'educació primària del Col·legi Sant Lluís, de Nou Barris (Barcelona).



Text complet

54 • noubiaix 44

## Experiència amb un recorregut d'estudi i investigació sobre la inferència estadística a l'educació primària. Què s'amaga dins l'ampolla?

Carles Granell  
Col·legi Sant Lluís, Nou Barris, Barcelona  
Berta Barquero  
Universitat de Barcelona

### Resum

Aquest treball parteix de la problemàtica docent de com s'ha d'ensenyar el bloc d'atzar i estadística a l'escola primària, i situa el seu ensenyament en un paradigma escolar que integra experimentació i indagació i en què les eines i els coneixements estadístics apareixen davant la necessitat de donar resposta a certes qüestions amb sentit per al nivell escolar en el qual ens situem. En aquest treball presentem la proposta d'un recorregut d'estudi i investigació (REI) sobre l'atzar i la inferència estadística per a primària. Mostrarem els orígens d'aquesta activitat en els marcs de recerca dels treballs de la teoria de situacions didàctiques (Brousseau, 1997), posteriorment adaptada per la teoria antropològica del didàctic amb la proposta dels REI (Chevallard, 2006 i 2015). Descriurem primerament el disseny elaborat pel mestre responsable de l'experimentació, conjuntament amb l'equip d'investigadores, i ens centrarem posteriorment a descriure l'experiència desenvolupada amb estudiants de quart curs d'educació primària del Col·legi Sant Lluís, de Nou Barris (Barcelona).

### Abstract

*This work is based on the problem of how to teach randomness and statistics in primary school, and considers an educational paradigm that integrates experimentation and inquiry and in which statistics tools and knowledge are introduced as required to answer specific questions appropriate to the corresponding school level. The paper presents a proposal for a systematic review on random and statistical inference in primary education. The origins of this activity are shown within the frameworks of research on didactic theory (Brousseau, 1997), later adapted by the anthropological theory of didactics in other systematic review proposals (Chevallard, 2006 and 2015). Here, firstly, is a presentation of the design developed by the teacher responsible for the experiment in conjunction with the research team, and then a description of the experience as it played out with fourth-year primary students of the Sant Lluís School, Nou Barris (Barcelona).*

Granell, C. i Barquero, B. (2019). Experiència amb un recorregut d'estudi i investigació sobre la inferència estadística a l'educació primària: Què s'amaga dins l'ampolla? *NouBiaix: revista de la FEEMCAT i la SCM*, 44, 54-69. <https://revistes.iec.cat/index.php/noubiaix/article/view/105397.003>





# 1. Orígens de la proposta: Què s'amaga dins l'ampolla?

La **Guia Didàctica** una proposta per a ser experimentada en unes 4 hores que mostra l'inici d'una situació que es pot estendre molt més!

- La possibilitat de reprendre moltes de les qüestions dins el mateix curs o en cursos posteriors, en l'àrea de matemàtiques o en d'altres àrees de coneixement.
- Potencial de l'activitat que ha estat experimentada en nivells molt diferents: des de Primària fins a la Universitat (ja experimentada en diverses ocasions).



4rt Primària. Col·legi Sant Lluís (Nou Barris). Docent: Carles Granell

1r ESO. Instituto Eugeni d'Ors (L'Hosp). Docent: Oscar Moreno



4rt Grau Ed Primària. UB. Docent: Berta Barquero





# Esquema de la presentació

---

## 1. Orígens de la proposta de la situació d'aprenentatge

Què s'amaga dins l'ampolla?

## 2. Experimentem la situació en directe...

Preparem-nos per a formular les hipòtesis més coherents

## 3. Presentació de la Guia Didàctica

Reflexions sobre el disseny de la Guia

## 4. De la Guia a l'aula de Primària

Experiències a les aules de Primària

## 5. Altres punts importants a destacar



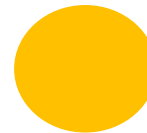
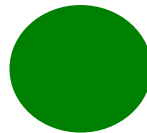
## 2. Experimentem la situació en directe...

Què si amaga dins l'ampolla?

5 Pilotes de diferents colors



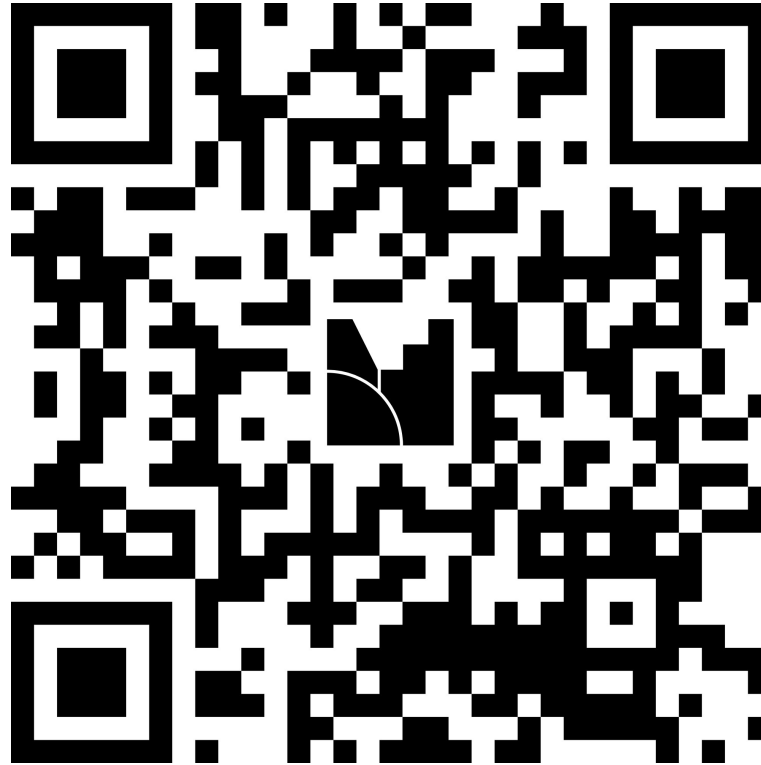
De quins colors?





## 2. Experimentem la situació en directe...

---



<https://www.menti.com/almost2utbzq>

Codi 6433 1236



## 2. Experimentem la situació en directe...



Hay bolitas, ¿cuántas creéis que hay?

Carles: Hi ha boletes, quantes creieu que hi ha?

Estudiants: 5, 10, 6, 18, 20...

Carles: El que us puc dir és que hi ha 5 boletes de 2 colors diferents...

Carles: Hi ha boles de dos colors: groc i verd, d'acord?

Estudiants: I quantes de cada?

Carles: Això és justament el que haurem de descobrir i discutir?



Hay bolas de color amarillo y bolas de color verde ¿de acuerdo?



## 2. Experimentem la situació en directe...



Carles: Què podem fer amb l'ampolla? Hi ha una que és super prohibida, treure el tap...

El que podem fer és barrejar bé, girar-la bé, i anotar el color que veiem de la bola que es recolza en el coll de l'ampolla...

En Carles va mostrant com fer visualitzacions i surten 7 grogues seguides...







## 2. Experimentem la situació en directe...



Carles:

Per què creieu que estan sortint totes grogues?

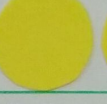
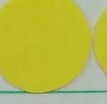
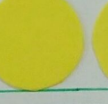
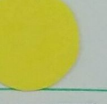
David: "Jo crec que totes les boles són grogues... hi ha 5 grogues"

Berta: "... perquè a vegades es repeteix la mateixa pilota. Per exemple, han sortit 1 o 2 boles grogues i que sempre són les mateixes que apareixen"

Èric: "... perquè les verdes són una mica més grans i quan surt una groga li dona un cop a la verda i ja no pot sortir"



## 2. Experimentem la situació en directe...

| RESULTATS |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                      |     |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| GRUP A    |    |    |    |    |    |     |
| GRUP B    |    |    |    |    |    |     |
| GRUP C    |    |    |    |    |    |     |
| GRUP D    |    |    |    |    |    |     |
| GRUP E    |   |   |   |   |   |     |
| GRUP F    |  |  |  |  |  |     |
|           | <div>296<br/>+ 161<br/>-----<br/>457</div>                                          |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     | TOTAL                                                                                |     |
|           |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     | 296                                                                                  | 161 |



# Esquema de la presentació

---

## 1. Orígens de la proposta de la situació d'aprenentatge

Què s'amaga dins l'ampolla?

## 2. Experimentem la situació en directe...

Preparem-nos per a formular les hipòtesis més coherents

## 3. Presentació de la Guia Didàctica

Reflexions sobre el disseny de la Guia

## 4. De la Guia a l'aula de Primària

Experiències a les aules de Primària

## 5. Altres punts importants a destacar



### 3. Presentació de la Guia Didàctica

---

$Q_0$  : Quina distribució de peces de cada color creieu que hi ha dins l'ampolla? Quines hipòtesis (coherents i el màxim fiables) podem formular sobre el contingut ocult de l'ampolla?

#### Anàlisi matemàtica de la situació

- ➔ Exploració de l'experiment aleatori
- ➔ Disseny del mostreig i de la recollida de dades
- ➔ Anàlisi de dades i la formulació d'hipòtesis sobre el contingut ocult de les ampolles
- ➔ Grau de certesa de les hipòtesis i tècniques per discutir-ne la validesa



### 3. Presentació de la Guia Didàctica

---

#### Anàlisi matemàtica de la situació

Exploració de l'experiment aleatori → Q1: Què mesura en el nostre experiment?

Disseny del mostreig i de la recollida de dades

→ Q2: Quantes observacions són necessàries i com les recollim?

→ Q3: Quina informació registrem sobre l'experiment i com?

Anàlisis de dades i formulació d'hipòtesis sobre el contingut ocult

→ Q4: Com analitzem les dades observadores en el nostre experiment i com ens ajuda en la formulació d'hipòtesis?

→ Q5: Com interpretar i utilitzar les freqüències observades i esperades en la formulació d'hipòtesis?

Grau de certesa de les hipòtesis i tècniques per discutir-ne la validesa

→ Q6: Com de segurs n'esteu de les hipòtesis formulades? Com de fiables són les vostres hipòtesis? Per què?





### 3. Presentació de la Guia Didàctica

$Q_0$  : Quina distribució de peces de cada color creieu que hi ha dins l'ampolla? Quines hipòtesis (coherents i el màxim fiables) podem formular sobre el contingut ocult de l'ampolla?

#### Fase 1 [2h]

##### Peces i colors?

5 peces de 2 colors diferents

Altres decisions matemàtiques i didàctiques?

Tots els grups la mateixa ampolla

Llibertat en decidir la quantitat de dades recollides

No restricció en el format de la recollida dades

#### Fase 2 [2h]

##### Peces i colors?

10 peces de 4 colors diferents

Altres decisions matemàtiques i didàctiques?

3 models d'ampolla diferents

S'uniformitza la mida de la mostra que els grups recullen

S'estableix com fer el recompte de dades i la línia de confiança



### 3. Presentació de la Guia Didàctica

PROGRAMA FLORENCE

## Moments principals, temps i dinàmica d'aula

QUINA S'AMAGA A L'AMPOLLA? 32

#### Estructura de la sessió: moments principals, temporització i dinàmica d'aula

##### Presentació de la qüestió inicial Q<sub>0</sub> i primera experimentació conjunta (20 min)

El docent fa una introducció de la primera fase, presentant Q<sub>0</sub> sobre quantes boles de cada color hi ha a l'ampolla i mostra la primera ampolla [Ampolla 1] amb la qual es treballarà. El docent explica la composició de l'Ampolla 1, amb 5 boles i 2 colors. Reparteix una fitxa individual [Informe 1: *Abans pensava* | *Ara penso*] i comencen a fer conjuntament

les respostes (màxim 10) per veure quines s'amaguen a l'ampolla.

El procés consisteix l'experiment de mesclar bé el contingut (contingut i energèticament) i l'ampolla fins que una de les boles surti. Aleshores cal observar la bola que està situada, registrar-la i anotar el procés. Es recullen les respostes del grup sobre l'experiment i es consideren (nombre de respostes, entre d'altres).

Després de les visualitzacions, el docent reparteix una fitxa individualment a cada grup [Informe 2: *Abans pensava*],

on la seva primera hipòtesi sobre quina és la distribució que creu que s'amaga a l'interior de l'ampolla, d'acord amb la primera mostra de dades recollides.

##### Experimentació petit grup i elaboració de la primera resposta (20 min + 10 min)

El docent dona a cada grup de treball una ampolla [Ampolla 1] amb la mateixa composició que l'anterior.

A tots els grups la mateixa. S'entrega un full en blanc que serveix per elaborar l'Informe 2 grupal.

El docent forma grups de treball heterogenis, de 4 alumnes o combinant amb algun grup de 5. En cada grup, l'alumnat han d'assignar-se un dels rols possibles: (a) el responsable-ampolla qui fa les tirades successives i mostra el color de bola que surt, (b) l'enregistrador, que s'encarrega de ser el registre de totes les visualitzacions, (c) l'informador, que sintetitza en un informe grupal les seves respostes i conclusions després de l'experimentació [Informe 2: Resum de les primeres respostes] i (d) el portaveu, que exposa els resultats en gran grup.



Imatge 1. Grup d'alumnes del Col·legi Sant Lluís, treballant en grup.

El docent demana que els darrers 10 minuts es dediquin a preparar en grup de treball el resum amb les respostes i conclusions que s'hagin extret, així com la hipòtesi que trobin més coherent i fiable de formular sobre el contingut ocult de l'ampolla. Cal que els grups expliquin quines decisions han pres sobre quina mostra de tirades o visualitzacions considerar [Q<sub>2</sub>] i com han analitzat les dades [Q<sub>3</sub>] per arribar a formular les hipòtesis que consideren més coherents i fiables [Q<sub>4</sub>]. Per tal de modelar quins

elements han d'incloure a l'informe final, el docent guia l'alumnat que expliquin quin procés han seguit i quins resultats han obtingut i quines conclusions creuen que s'amaga dins l'ampolla.

##### Posada en comú en gran grup i coherència de les hipòtesis formulades (15 min)

El docent guia la posada en comú i coherència de les hipòtesis formulades dels diferents grups. Cada parella (portaveu i informador) exposa l'Informe Grupal 2 amb el resum de les primeres respostes.

Quan cada parella acaba, s'anota en el mural comú [Mural grup classe: hipòtesis grupals sobre la distribució de pilotes de cada color] quina és la hipòtesi més coherent que han trobat referent a la distribució de pilotes que creuen que s'amaguen a l'ampolla 1 i també les freqüències observades que han registrat i en les quals s'han basat per formular les hipòtesis.

| RESULTATS |       |       |     |     |
|-----------|-------|-------|-----|-----|
| GRUP A    | ●●●●● | 48    | 20  |     |
| GRUP B    | ●●●●● | 35    | 10  |     |
| GRUP C    | ●●●●● | 73    | 57  |     |
| GRUP D    | ●●●●● | 46    | 72  |     |
| GRUP E    | ●●●●● | 74    | 62  |     |
| GRUP F    | ●●●●● | 40    | 40  |     |
|           | ●●●●● | TOTAL | 296 | 161 |

Imatge 2. Mural grup classe amb hipòtesis inicials i freqüències observades

Recursos per als docents i estudiants

Descripció i anticipació de què fa el docent i què fan els estudiants?



### 3. Presentació de la Guia Didàctica

Alguns Recursos ja estan dissenyat com a dispositius i eina d'avaluació

Informe 1: *Abans pensava / Ara penso*

Informe 2: Resum de les primeres grupals

Informe 3: Mural classe amb hipòtesis grupals

recollida de dades grupal (petit grup-gran grup) i les respostes elaborades.

- L'Informe 2: Resum de les primeres respostes té format lliure per poder recollir la terminologia i les tècniques espontànies que emprà l'alumnat per a la recollida de dades (tipus de mostreig, consideració i disseny de taules) i la seva anàlisi (freqüències absolutes o relatives, taules de freqüències, comparació amb freqüències esperades, etc.).
- Mural grup-classe: Hipòtesis grupals sobre la distribució de boles de cada color és un mural en el qual hi ha g files (una per grup (g)) i cada grup indica: (1) quina és la seva hipòtesis sobre la distribució de boles de cada color s'amaguen a l'ampolla, (2) les freqüències esperades d'aparició de cada color.

decimals i %) que siguin més efectives per formular hipòtesis [CE3 i CE5].

- Formular i argumentar hipòtesis que siguin coherents amb les dades empíriques recollides i la seva anàlisi. Emprar eines per avançar en la discussió de la validesa o grau de certesa de les hipòtesis [CE3].
- Saber treballar numèricament (en el càlcul i l'arrodoniment) i interpretar el significat de les freqüències observades: absolutes o relatives (en percentatge) [CE1].

S'inclouen propostes de criteris específics d'avaluació com a base per al disseny instrument més específics d'avaluació

#### Criteris d'avaluació

Dos dels recursos comentats prèviament: Informe 2: Resum de les primeres respostes i el Mural grup-classe: Hipòtesis grupals sobre la distribució de boles de cada color poden ser utilitzats com a dispositius d'observació i avaluació del treball fet.

Es proposen els següents criteris específics d'avaluació adaptats en el context d'aquesta activitat i que poden ser la base de l'elaboració d'instruments més específics:

- Utilitzar estratègies per recollir les dades de l'experiment de manera i per a la seva anàlisi (freqüències observades (absolutes, relatives, expressades en nombres naturals, fraccionaris,







# Esquema de la presentació

---

## 1. Orígens de la proposta de la situació d'aprenentatge

Què s'amaga dins l'ampolla?

## 2. Experimentem la situació en directe...

Preparem-nos per a formular les hipòtesis més coherents

## 3. Presentació de la Guia Didàctica

Reflexions sobre el disseny de la Guia

## 4. De la Guia a l'aula de Primària

Experiències a les aules de Primària

## 5. Altres punts importants a destacar



## 4. De la Guia a l'aula de Primària



### El projecte COSMOS i l'encàrrec de Hama Beads

#### ■ Context de l'experimentació:

- 4rt, 5è i 6è de Primària del Col·legi Sant Lluís
- Primera experimentació curs 2017-2018. En tots els casos amb uns 26 alumnes. Entre 4h i 6h repartides entre 1 i 2 setmanes
- Mestre: Carles Granell, amb observadors-investigadors, prèvia col·laboració en el disseny de la proposta







## 4. De la Guia a l'aula de Primària

$Q_0$ : Quina distribució de peces de cada color creieu que hi ha dins l'ampolla? Quines hipòtesis (coherents i el màxim fiables) podem formular sobre el contingut ocult de l'ampolla?



### Fase 1

5 pilotes de 2 colors diferents: groc i verd; llibertat en decidir la quantitat de dades recollides; no restricció en el format de la recollida dades

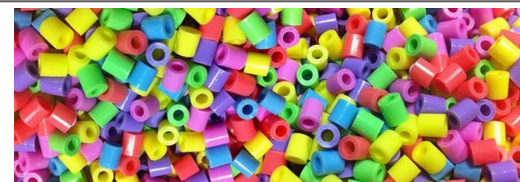


### Fase 2

Cada grup dissenya un nou cas d'ampolla amb 5 pilotes i màxim 2 colors; responsabilitat grupal en el disseny, formulació de qüestions i discussió de la coherència de respostes

### Fase 3

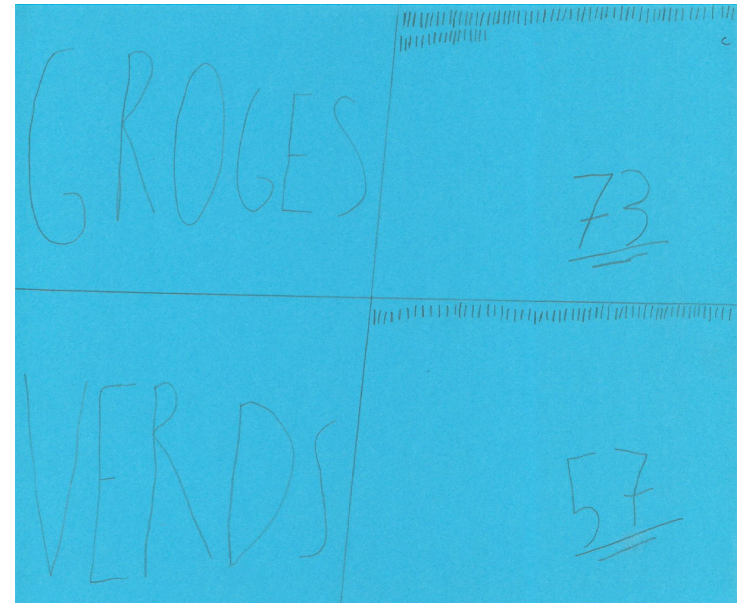
Hem d'ajudar al director a prendre una decisió! Rebem 3 mostres amb 10 Hama Beads de 3 marques que els fabriquen; 3 colors que ens interessin + 1 color de peça defectuosa; cerca de nous criteris per decidir





## 4t de Primària

| Groc                                                                                                            | Verd                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| <del>/ / /</del> <del>/ / / /</del> <del>/ / / /</del> <del>/ / / /</del> <del>/ / / /</del> <del>/ / / /</del> | <del>/ / /</del> <del>/ / /</del> |
| TOTAL: 35                                                                                                       | TOTAL: 10                         |



Quina informació registrem sobre l'experiment i com?



## 4. De la Guia a l'aula de Primària

Fase 1: Què s'amaga dins l'ampolla?

4t de Primària

QUÈ S'AMAGA DINS L'AMPOLLA?

Grup B

ABANS PENSAVA



Perquè sol sol les boletes  
grogues i perquè s'han  
quedat  
atrapades les boletes verdes

ARA PENSO



Perquè enbritat la groga  
li emputxarem a la verda

"Perquè sols  
surt les  
boletes  
grogues i  
perquè s'han  
quedat  
atrapades les  
boletes  
verdes".

"Perquè  
en veritat  
la groga  
li  
emputxe  
n a la  
verda"

Com analitzem les dades observadores en el nostre experiment i com ens ajuda en la formulació d'hipòtesis?

Com podem anar avançant en la formulació d'hipòtesis i moure'ns de les opinions cap a les hipòtesis coherents en base a les dades recollides?



## 4. De la Guia a l'aula de Primària



| RESULTATS |   |   |   |   |   |     |     |
|-----------|---|---|---|---|---|-----|-----|
| GRUP A    | ● | ● | ● | ● | ● | 48  | 20  |
| GRUP B    | ● | ● | ● | ● | ● | 35  | 10  |
| GRUP C    | ● | ● | ● | ● | ● | 73  | 57  |
| GRUP D    | ● | ● | ● | ● | ● | 46  | 12  |
| GRUP E    | ● | ● | ● | ● | ● | 74  | 62  |
| GRUP F    | ● | ● | ● | ● | ● | 40  | 10  |
| TOTAL     |   |   |   |   |   | 296 | 161 |

$$\begin{array}{r} 296 \\ + 161 \\ \hline 457 \end{array}$$

### Qüestions i necessitats sorgides

- Establir una distinció entre: 'opinió personal', 'hipòtesi coherent' i 'certesa' segons el tipus d'informació en què hom es basa.
- Necessitat d'eines per discutir la coherència de les hipòtesis formulades:
  - ◆ Necessitat de considerar la línia de confiança
  - ◆ Posterior retorn als resultats de la primera situació: són possibles les dades enregistrades per tots els grups?





## 4. De la Guia a l'aula de Primària

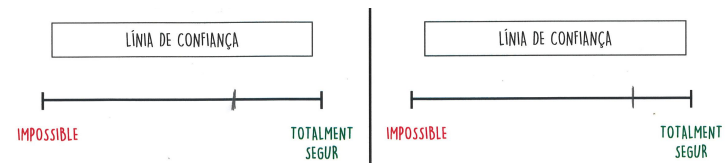
### Fase 2: Dissenyem les nostres pròpies ampolles

*Variables didàctiques:* Disseny nou cas d'ampolla amb 2 colors i 5 pilotes; responsabilitat grupal en el disseny, formulació de qüestions i discussió de la

#### Quines preguntes voleu proposar?

- Quins colors hi ha a l'ampolla? Verd i blau.
- Quantes boles hi ha de cada color? 3 verdes i 2 blaves.
- Quantes vegades podem comprobar? 47 vegades

Grup dissenyador A  
Grup investigador B



Grup dissenyador C  
Grup investigador D

#### Quines preguntes voleu proposar?

- quantes volien que hi hagi de cada color? 2 blau fosc i 1 groc
- quins colors volien que hi ha? blau fosc i groc
- de quin tamany volien que son? d'un cm
- volien que seria impossible respondre a les preguntes? No



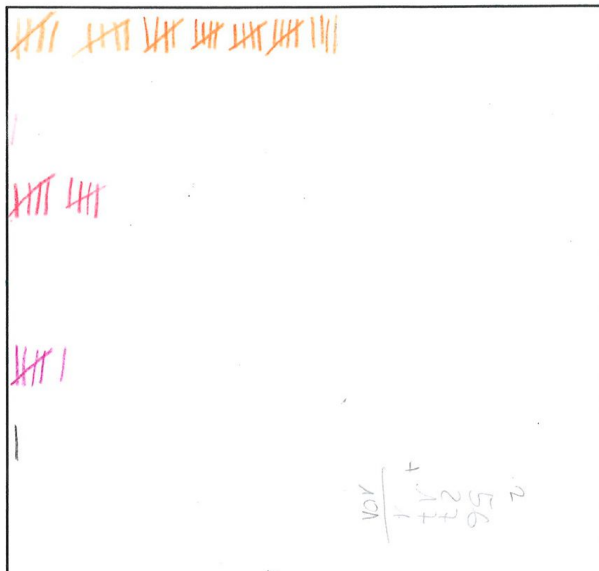


## 4. De la Guia a l'aula de Primària

### Fase 3: Quina marca de Hama Beads és millor per a l'escola?

*Variables didàctiques:* Nombre de peces de 5 pilotes a 10 Hama Beads, naturalesa de les peces (de pilotes a Hama Beads), nombre de colors (de 2 colors a 4 colors).

#### RECOLLIDA DE DADES (50 TIRADES)



#### RESUM DE LES DADES (50 TIRADES)

|         | TARONJA | LILA | ROSA | MARRÓ | TOTAL |
|---------|---------|------|------|-------|-------|
| TIRADES | 33      | 6    | 10   | 1     | 50    |

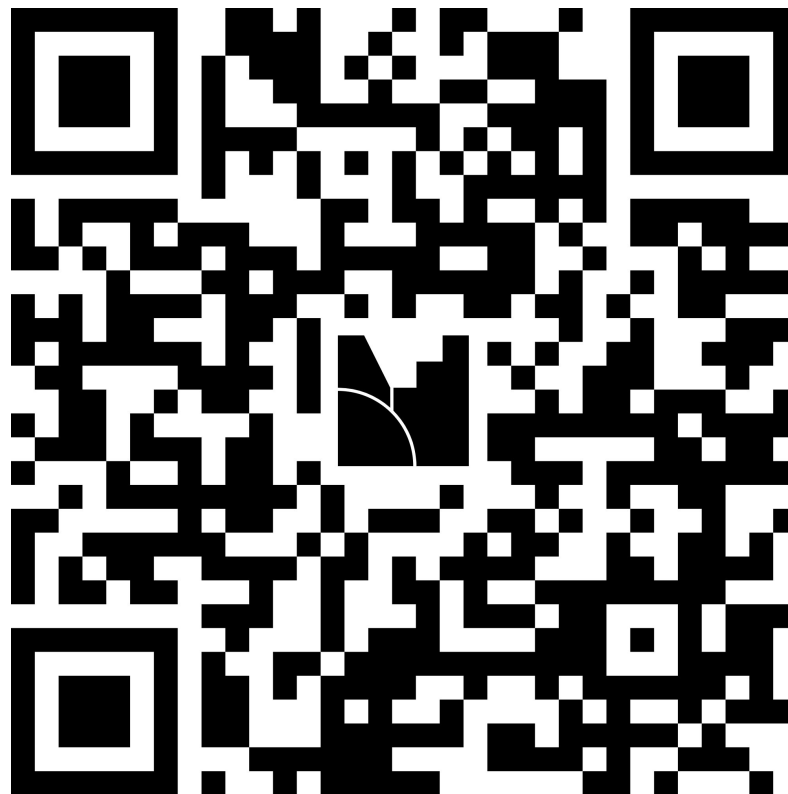
#### RESUM DE LES DADES (100 TIRADES)

|         | TARONJA | LILA | ROSA | MARRÓ | TOTAL |
|---------|---------|------|------|-------|-------|
| TIRADES | 55      | 27   | 17   | 1     | 100   |



## 4. De la Guia a l'aula de Primària

---



<https://www.menti.com/alsu9o6hess1>

Codi 5563 8479



## 4. De la Guia a l'aula de Primària

### Fase 3: Quina marca de Hama Beads és millor per a l'escola?

*Variables didàctiques:* Nombre de peces de 5 pilotes a 10 Hama Beads, naturalesa de les peces (de pilotes a Hama Beads), nombre de colors (de 2 colors a 4 colors).

(A) QUINA QUANTITAT DE HAMA BEADS DE COLOR TARONJA, LILA I ROSA HI HA?

HIPÒTESI DESPRÉS DE 50 TIRADES

Creiem que de taronges hi han 4. De liles creiem que hi han 3. De roses 2 i de morrons 1, perquè ens han sortit moltes taronges, una mica menys de liles, molt pocs roses i zero morrons.

Hom posat la línia en aquest lloc perquè no sabem exactament quina quantitat de Hama de cada color hi ha, perquè no en sabem l'ampolla.

LÍNIA DE CONFIANÇA

IMPOSSIBLE

TOTALMENT  
SEGUR

HIPÒTESI DESPRÉS DE 100 TIRADES

Creiem que hi han de taronges 4, 3 liles, 2 roses i una morro. Perquè han sortit 55 taronges, 27 liles, 17 roses i 1 morro.

En la línia de confiança hem posat això perquè no estem totalment segurs de quants hama hi ha de cada color, perquè no hem obert l'ampolla.

LÍNIA DE CONFIANÇA

IMPOSSIBLE

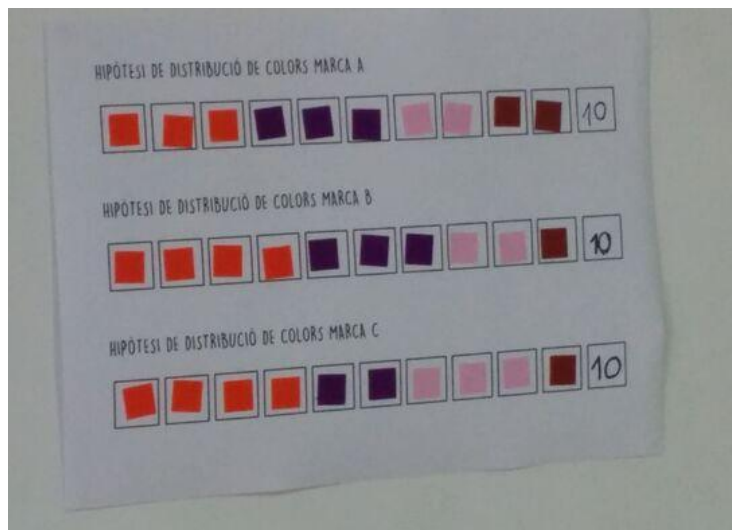
TOTALMENT  
SEGUR



## 4. De la Guia a l'aula de Primària

### Fase 3: Quina marca de Hama Beads és millor per a l'escola?

*Variables didàctiques:* Nombre de peces de 5 a 10, naturalesa de les peces (de pilotes a Hama Beads), nombre de colors (de 2 colors a 4 colors).





## 4. De la Guia a l'aula de Primària

### ■ Implementació a 3r de Primària

Quin color s'amaga dins l'ampolla?

**ABANS PENSAVA**

Yo pensava que cada petetita en de un color.

**ARA PENSO**

Perquè el verd és en a mica gand.

**Verd**

75

55

Quin color s'amaga dins l'ampolla?

**ABANS PENSAVA**

Groc que es així perquè als verds, han moltes i en realitat però 5 verds i els grocs estan correcte

**ARA PENSO**

Perquè ma mes grocs però també en ha constant verd

**Groc**

**Verd**

30

75





## 4. De la Guia a l'aula de Primària

---

### ■ Implementació a 5è de Primària

- Prèvia experiència amb activitats sobre experiments aleatoris, l'atzar i el càlcul de freqüències experimentals → Jocs de daus
- Ús de les fraccions i discussió en termes de proporcions
- Transformació de fraccions a decimals davant la dificultat de discutir fraccions amb diferents denominadors
- Necessitat del pas als percentatges per facilitar la comparació de nombres decimals menors que 1



## 4. De la Guia a l'aula de Primària

Fase 1: Què s'amaga dins l'ampolla?

5è de Primària

ABANS  
PENSAVA...

"Perquè quan les hem barrejat, han sortit més grogues i sols una verda. Jo crec que el perquè és que hi ha més percentatge de grogues. De deu persones que han mirat dues han vist verda".

QUÈ S'AMAGA DINS L'AMPOLLA?

ABANS PENSAVA



Perque quan les hem barrejat, hi han sortit mes grogues, i sol una verda. Jo crec que el perquè es que hi ha mes percentatge de grogues. De deu persones, que l'han mirat sol dos persones han vist el verd.

ARA PENSO



Perque quan al principi van tirar tres vegades i una de les quals va ser verda i perquè de 100 sol 19 van ser verdes jo crec que arribades sortiran bastants verdes.

... ARA PENSO

"Perquè quan al principi van tirar tres vegades i una va ser verda, encara que de 100 sols 19 van ser verdes, jo crec que a vegades sortiran bastants verdes".

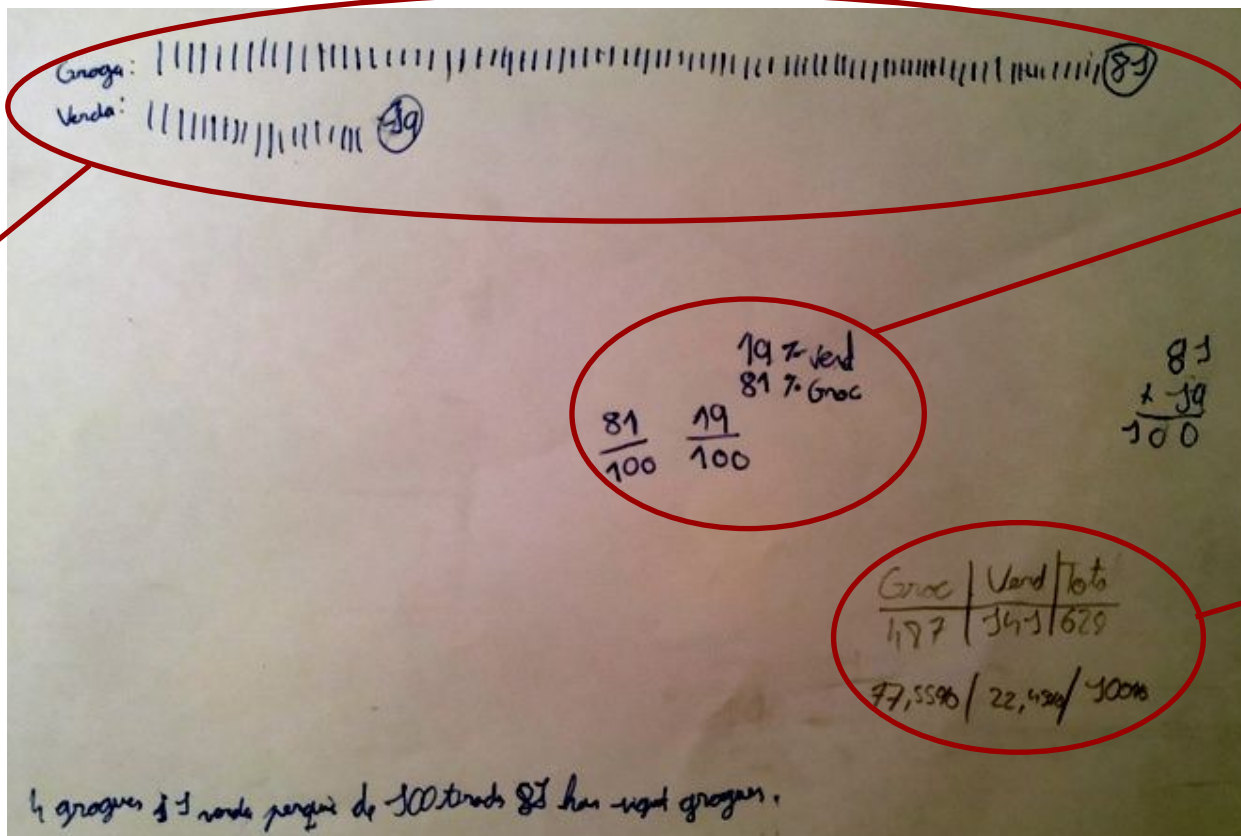


## 4. De la Guia a l'aula de Primària

Fase 1: Què s'amaga dins l'ampolla?

5è de Primària

Recollida de  
dades i  
recompte F  
absolutes



Freqüència  
relativa sobre  
100 tirades (en  
fracció)

Freqüència  
relativa sobre  
628 tirades (en  
%)

"4 grocs i 1 verda perquè de 100 tirades 81 han sigut grocs"



## 4. De la Guia a l'aula de Primària

---

### ■ Implementació a 6è de Primària:

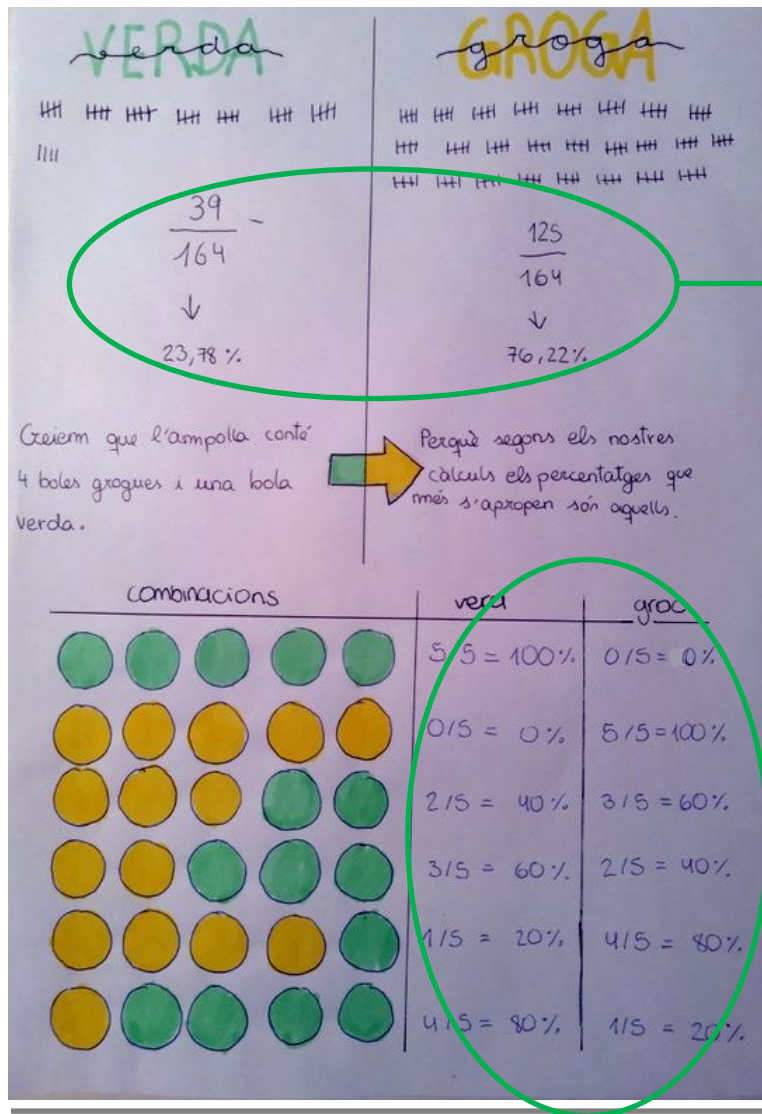
- Prèvia experiència amb activitats sobre experiments aleatoris, l'atzar i el càlcul de freqüències experimentals → CURSA DE CAVALLS
- Recorregut natural de la fracció al decimal, com pas intermedi, per a arribar al percentatge
- Sorgeix la necessitat d'anticipar els possibles escenaris (distribució de peces dins l'ampolla) per evitar el treball repetitiu d'extracció i registre de dades
- Anticipació de tots els escenaris possibles i càlcul de les probabilitats
- Es discuteix amb quin nombre d'extraccions té sentit comparar els escenaris teòrics els resultats experimentals
- La línia de confiança agafa més precisió incorporant els %: de 0% a 100%
- Fins i tot es plantegen qüestions sobre la variabilitat dels resultats experimentals respecte dels teòrics. Què puc fer per disminuir la variabilitat? Infinites extraccions?
- **Continuïtat a la Secundària amb la incorporació d'eines de combinatòria ...**



## 4. De la Guia a l'aula de Primària

### Fase 1: Què s'amaga dins l'ampolla?

6è de Primària



Resultats experimentals:  
càlcul de freqüències relatives (fracció i %) –  
probabilitat experimental

"Creiem que l'ampolla conté 4 boles grogues i una bola verda perquè segons els nostres càlculs els percentatges que més s'apropen són aquests".

Anticipació dels possibles escenaris,  
càlcul de probabilitats i comparació  
probabilitat experimental i teòrica en la  
reformulació de les hipòtesis





# Esquema de la presentació

---

## 1. Orígens de la proposta de la situació d'aprenentatge

Què s'amaga dins l'ampolla?

## 2. Experimentem la situació en directe...

Preparem-nos per a formular les hipòtesis més coherents

## 3. Presentació de la Guia Didàctica

Reflexions sobre el disseny de la Guia

## 4. De la Guia a l'aula de Primària

Experiències a les aules de Primària

## 5. Altres punts importants a destacar



## 5. Altres punts importants a destacar

### Elements curriculars: competències específiques i sabers

Més enllà de les **competències específiques**, que n'inclou moltes...

- ➔ Es proposen criteris específics d'avaluació adaptats a la proposta de situació.
  - ◆ Utilitzar estratègies per a recollir les dades d'un experiment per a la seva anàlisi, observant les freqüències (absolutes, relatives, expressades en nombres naturals, fraccionaris, decimals i %) per a la formulació d'hipòtesis [CE3 i CE5]
  - ◆ Formular i argumentar hipòtesis coherents amb les dades empíriques recollides, fent referència a la freqüència absoluta i a la freqüència relativa i comparant-les amb les freqüències esperades [CE3]
  - ◆ Saber treballar numèricament (en el càlcul i arrodoniment) i interpretar el significat de les freqüències observades i freqüències esperades [CE5]
  - ◆ Fer ús d'un llenguatge matemàtic concret i propi quan es recullen, organitzen i analitzen dades en un recull mostral [CE6]
  - ◆ Fer ús de llenguatge matemàtic propi de l'estadística a l'hora de formular hipòtesis i discutir el seu grau de confiança/fiabilitat [CE6]



## 5. Altres punts importants a destacar

# Glossari estadístic i temàtic per a donar concreció als sabers curriculars

 PROGRAMA FLORENCE

QUÈ S'AMAGA A L'AMPOLLA?  38

## GLOSSARI ESTADÍSTIC I TEMÀTIC

### A

**aleatori** -òria adj Que depèn de l'atzar.

**atzar** m Conjunt de causes desconegudes que fan que el resultat d'un esdeveniment sigui incert.

### C

**combinació** f Cadascun dels subconjunts del mateix nombre d'elements d'un conjunt finit donat, i de manera que dos d'aquests subconjunts difereixen en un element.

Per exemple, en el conjunt de valors 1, 2, 3 i 4, si els prenem de 2 en 2, tindrem les combinacions sense repetició següents: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4) i (3, 4).

### E

**esdeveniment** m Qualsevol dels resultats possibles que es poden produir en un experiment aleatori. Per exemple, que en el llançament d'un dau surti un nombre més gran que 3.

**esdeveniment impossible** m Esdeveniment que no pot ocórrer mai; per tant, la seva probabilitat és zero. Per exemple, que en el llançament d'un dau de 6 cares surti el 7.

**esdeveniment possible** m Esdeveniment que pot ocórrer dins del conjunt de fets. Per exemple, que en el llançament d'un dau surti el 3.

**esdeveniment segur** m Esdeveniment que pot ocórrer amb tota certesa. Per exemple, que en el llançament d'un dau surti un número entre 1 i 6.

**experiment aleatori** m Prova el resultat de la qual no es pot predir perquè depèn de l'atzar. Es pot repetir sempre sota les mateixes condicions. Per exemple, llançar un dau o llançar una moneda.

### F

**freqüència** f Nombre de vegades que es repeteix, en una població o mostra, cada una de les categories d'una variable qualitativa o dels valors d'una variable quantitativa.

**freqüència absoluta** f Nombre d'elements d'una població o d'una mostra que tenen un determinat valor d'una variable. La suma de totes les freqüències absolutes ha de ser igual al total de la població o de la mostra.

**freqüència acumulada** f Suma de les freqüències, absolutes o relatives, d'una variable fins a un cert valor.

**freqüència relativa** f Fracció d'elements d'una població o d'una mostra que tenen un determinat valor d'una variable. Es calcula dividint el nombre de vegades que es repeteix un valor d'una variable pel nombre total d'elements de la població o la mostra. La suma de totes les freqüències relatives ha de ser igual a 1 en el cas que s'expressi en fraccions o nombres decimals i ha de ser igual a 100 en el cas que s'expressi en percentatges.

### G

**gràfic** m Representació de les dades recollides mitjançant un dibuix, que sintetitza una demostració,

un concepte, un procediment o una distribució d'aquestes dades. Els gràfics poden ser de diferents tipus: barres, sectors, lineals, pictogrames, cartogrames i histogrames, entre d'altres.

### M

**moda** f Valor de la variable que es repeteix més vegades i, per tant, el que té la freqüència absoluta més alta.

**mostra** f Subconjunt d'una població que s'utilitza per explicar característiques del conjunt d'aquesta població. Generalment se simbolitza amb la lletra n.

### P

**probabilitat** f Valor comprès entre zero i u associat a la certesa de produir-se un esdeveniment que es representa mitjançant una fracció  $P = (\text{nombre de casos favorables} / \text{nombre de casos possibles})$ . En experiments repetitius i independents, és el límit de la freqüència relativa de l'esdeveniment. Per exemple, la probabilitat que surti un 1 en el llançament d'un dau és  $1/6$ , ja que són 6 els valors possibles (1, 2, 3, 4, 5 i 6).

**proporció** f Quocient d'un valor per un altre, en què el numerador és una part del denominador. Per exemple, el nombre d'homes dividit pel nombre total de persones (homes i dones). Es pot considerar un cas particular de raó.

### R

**recollida de dades** f Fase del procés de producció estadística en què s'obté la informació de les unitats objecte d'estudi. Es poden estudiar totes les unitats, com és el cas del censos, o bé una mostra representa-



## 5. Altres punts importants a destacar

Glossari didàctic per compartir terminologia concreta sobre els dissenys

### GLOSSARI DIDÀCTIC

#### R

##### rols de l'alumnat

**enregistradora** qui s'encarrega de ser el registre de totes les visualitzacions.

**informadora** qui sintetitza en un informe grupal les seves respostes i conclusions després de l'experimentació.

**portaveu** qui exposa els resultats en gran grup.

**responsable-ampolla** qui fa les tirades successives i mostra el color de bola que surt.

#### V

**variable didàctica** f elements de la situació dissenyada que en modificar-les la mestra fa que canviïn la jerarquia de sabers, estratègies, competències... que l'alumnat posa en joc en estudiar o tractar una situació. Noció que apareix en el marc de la Teoria de Situacions Didàctiques (Brousseau, 1998).



QUÈ S'AMAGA DINS L'AMPOLLA?  
*Proposta per treballar l'atzar i l'estadística a primària*

# Moltes gràcies!

Berta Barquero

Facultat d'Educació. Universitat de Barcelona [bbarquero@ub.edu](mailto:bbarquero@ub.edu)

Carles Granell

Col·legi Sant Lluís i Universitat de Barcelona [cgranel4@xtec.cat](mailto:cgranel4@xtec.cat)





## Referències d'interès

---

- Beltrán-Pellicer, P., Bosch, M., & Barquero, B. (2024). Estableciendo puentes entre la investigación y su transferencia al aula. *UNO*, 104, Abril 2024.
- Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2002). An experiment on the teaching of statistics and probability. *Journal of Mathematical Behaviour*, 20(3), 363-411.
- Granell, C. & Barquero, B. (2019). Experiència amb un recorregut d'estudi i investigació sobre la inferència estadística a l'educació primària. Què s'amaga dins l'ampolla? *NouBiaix*, 44, 54-69.  
<https://revistes.iec.cat/index.php/noubiaix/article/view/105397.003>
- Web LABINQUIRY amb Guies per a Secundària: <https://www.ub.edu/labinquiry/>
- Ruiz-Higueras, L. (2008). Modelización matemática en la Escuela Primaria: la reconquista escolar de dominios de realidad. En Hervás, M.M. (Coord.), *Competencia matemática e interpretación de la realidad* (pp. 87-119). Aulas de verano. Instituto Superior de Formación y Recursos en Red para el profesorado.